

تاریخ : وقت : دقیقه

نام و نام خانوادگی : تعداد سوالات: ۳۳

۱. درباره خانواده‌ای چهارفرزندی، می‌دانیم که دست‌کم یکی از فرزندان آن‌ها پسر است. احتمال این که دقیقاً ۲ پسر داشته باشند چقدر است؟

۲. در یک شرکت راه‌سازی احتمال اعتصاب کارکنان ۵/۰ اگر اعتصاب رخ دهد به احتمال ۶/۰ کار به موقع تمام می‌شود. اگر اعتصاب رخ ندهد احتمال اینکه کار به موقع تمام شود ۹/۰ است. اگر کار به موقع تمام شده باشد، چقدر احتمال دارد اعتصاب شده باشد؟

۳. اگر $S = \{a, b, c, d\}$ و $P(\{b, c, d\}) = \frac{2}{3}$ و $P(\{b\}) = \frac{1}{4}$ در این صورت مطلوب است $P(\{a\}|\{a, c, d\})$

۴. احتمال اعتصاب کارگران کارخانه‌ای ۲۰ درصد و احتمال تولید به موقع در صورت اعتصاب کارگران ۵۰ درصد است و در کل به احتمال ۸۰ درصد به موقع کار تمام می‌شود.
(الف) احتمال تولید به موقع و اعتصاب کارگران
(ب) اگر تولید به موقع باشد، احتمال آنکه کارگران اعتصاب کرده باشند.

۵. نشان دهید اگر A و B مستقل نباشند اگر A احتمال وقوع B را افزایش دهد. B نیز احتمال وقوع A را افزایش می‌دهد. (با فرض ثابت بودن $P(A)$ و $P(B)$)

۶. عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:

(الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد.

(ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش‌پذیر باشد، ولی به ۳ بخش‌پذیر نباشد.

(پ) عدد انتخابی نه بر ۲ بخش‌پذیر باشد و نه بر ۳.

۷. از جعبه‌ای شامل ۷ لامپ معیوب و ۱۲ لامپ سالم سه لامپ پشت سر هم و متوالیاً برمی‌داریم احتمال آنکه اولین لامپ معیوب سومین لامپی باشد که ما برداشته‌ایم چقدر است؟

۸. جمعیت بزرگسال ساکن در یک روستا، ۵۵ درصد زن و ۴۵ درصد مرد است. می‌دانیم که ۲۰ درصد زنان بزرگسال و ۷۰ درصد مردان بزرگسال در این روستا گواهینامه تراکتور دارند. از بزرگسالی را از ساکنان روستا به تصادف انتخاب کنیم، احتمال این که گواهینامه تراکتور داشته باشد چقدر است؟

۹. دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی برمی‌داریم و بدون مشاهده آن را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟

۱۰. اگر $P(A|B) = \frac{3}{5}$ و $P(B|A) = \frac{3}{4}$ و $P(A) = \frac{2}{5}$ باشد، $P(B)$ را بدست آورید.

۱۱. اگر فضای نمونه‌ای S از پیشامدهای ساده a, b, c, d, e تشکیل شده باشد. $P(a) = \frac{1}{4}$ و $P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{2}$ باشد مطلوب است محاسبه $P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\})$

۱۲. جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که سه تای آنها معیوب است. اگر به تصادف و بدون جای گذاری ۳ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آن را به دست آورید که:
(الف) هر سه لامپ معیوب باشند
(ب) حداقل یک لامپ معیوب باشد.

۱۳. اگر $P(B - A) = \frac{1}{4}$ و $P(B) = \frac{3}{4}$ مقدار $P(A|B)$ را حساب کنید.

۱۴. امیر و بابک عضو تیم ده نفری والیبال مدرسه هستند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم امیر از بابک بلندتر است. احتمال این که امیر بلند قدترین عضو تیم باشد چقدر است؟ احتمال آنکه امیر از نظر قد، نفر نهم باشد چقدر است؟

۱۵. در گروه زنان ساکن روستا ۵۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۳۰ درصد از آنها مهارت قالیبافی را دارند. اگر یک زن از این گروه انتخاب شود. احتمال اینکه این زن هم تحصیل کرده باشد و هم مهارت قالیبافی داشته باشد، چقدر است؟

۱۶. علی و مازیار هر کدام به ترتیب با احتمال‌های $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{4}$ برای دیدن مسابقه ورزشی به ورزشگاه می‌روند. اگر علی به ورزشگاه رفته باشد مازیار با احتمال $\frac{8}{9}$ به ورزشگاه می‌رود. فرض کنید علی به ورزشگاه نرفته باشد. با چه احتمالی مازیار نیز به ورزشگاه نرفته است؟

۱۷. دو ظرف داریم که در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه داریم. از ظرف اول یک مهره برداشته، بدون نگاه کردن در ظرف دوم می‌اندازیم، آن‌گاه از ظرف دوم یک مهره خارج می‌کنیم.
(الف) احتمال اینکه این مهره سفید باشد چقدر است؟
(ب) اگر این مهره سفید باشد با کدام احتمال مهره از ظرف اول بوده است؟

۱۸. دو جعبه داریم در جعبه اول ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در جعبه دوم قرار می‌دهیم. آن‌گاه از جعبه دوم یک مهره برمی‌داریم. اگر مهره سفید باشد با چه احتمالی از جعبه اول انتخاب می‌شود.

۱۹. در پرتاب دو تاس می‌دانیم فقط یکی از تاس‌ها مربع کامل است. احتمال اینکه مجموع دو عدد بیش‌تر ۷ باشد چقدر است.

۲۰. تاسی را به هوا پرتاب می‌کنیم اگر عدد ظاهر شده زوج باشد. احتمال آنکه عدد ظاهر شده اول نیز باشد کدام است؟

۲۱. احتمال زنده ماندن در یک عمل پیوند عضو برابر $\frac{5}{8}$ است. اگر بیماری پس از عمل زنده باشد احتمال اینکه بدن او در طول یک ماه پیوند را قبول نکند و بمیرد $\frac{2}{3}$ است. احتمال زنده ماندن یک بیمار پیوندی پس از این دو مرحله چقدر است؟

۲۲. احتمال بسته بودن در یک اتاق $\frac{1}{3}$ است. می‌دانیم از بین ۱۲ کلید موجود فقط یکی درب را باز می‌کند. اگر شخصی ۳ کلید بردارد با چه احتمالی می‌تواند وارد اتاق شود؟

۲۳. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S به طوری که $P(A) = ۰٫۲$ و $P(B) = ۰٫۲۲$ و $P(A|B) = ۰٫۷$ باشد، حاصل $P(B'|A')$ چند است؟

۲۴. سه نفر در یک مسابقه شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برد علی دو برابر احتمال برد حسین و احتمال برد حسین $\frac{1}{3}$ احتمال برد رضا باشد، احتمال آنکه حسین یا رضا برنده شوند چقدر است؟

۲۵. جعبه‌ای شامل ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است متوالیاً و بدون جای گذاری دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم.
(الف) اگر مهره اول سیاه باشد، احتمال اینکه دومین مهره هم سیاه باشد چقدر است.
(ب) احتمال آنکه مهره دوم هم‌رنگ اولی باشد.

۲۶. ۵۵ درصد دانشجویان سال اول دختر و بقیه پسر هستند. ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند. چند درصد کل دانشجویان تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند؟

۲۷. در جعبه A سه مهره قرمز و چهار مهره آبی و در جعبه B دو مهره قرمز و سه مهره آبی داریم. یک جعبه را انتخاب کرده و مهره‌ای از آن برمی‌داریم. با کدام احتمال آبی است؟

۲۸. در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز و دو مهره سبز وجود دارد. سه مهره پی در پی و با جایگذاری و به تصادف خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد اولی آبی، دومی سبز و سومی آبی باشد؟

۲۹. دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری از جعبه‌ای شامل ۴ مهره سفید و ۶ مهره سیاه خارج می‌کنیم. با چه احتمال مهره اول سفید و مهره دوم سیاه است؟

۳۰. خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آنکه دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشند چقدر است؟

۳۱. در توزیع کارمندان یک اداره مطابق جدول زیر اگر فردی به تصادف انتخاب کنیم با کدام احتمال کارمند مرد انتخاب شده با تحصیلات دانشگاهی است؟

تحصیلات	مرد	زن
دانشگاهی	۲۰	۱۰
پایین تر از دانشگاهی	۹۰	۸۰

۳۲. تاس همگنی را با چشم بسته انداخته‌ایم و فقط می‌دانیم که برآمد زوج است. احتمال اینکه شماره ۴ یا ۶ ظاهر شده باشد چقدر است؟

۳۳. دو ظرف همانند، اولی دارای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و دومی دارای ۶ مهره سفید و ۸ مهره سیاه است. با چشم بسته یکی از دو ظرف را اختیار کرده و مهره‌ای از آن بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه مهره سفید باشد، چقدر است؟