

۱ فصل اول (هندسه تحلیلی و جبر)

۱ - نقاط $A(1,6)$ و $B(2,3)$ و $C(5,9)$ سه راس یک مثلث اند. ارتفاع گذرنده از راس A را رسم می کنیم. نقطه برخورد ارتفاع با ضلع مقابل را پیدا کنید.

۲ - نقاط $A(1,-3)$ و $B(1,1)$ و $C(4,1)$ سه راس یک مثلث اند. محیط مثلث را پیدا کنید.

۳ - نقاط $A(1,2)$ و $B(-1,8)$ و $C(-3,4)$ سه راس یک مثلث اند. معادله و طول میانه AM را پیدا کنید.

۴ - نقاط $A(2,3)$ و $B(3,5)$ و $C(-1,7)$ سه راس متوازی الاضلاع $ABCD$ هستند. مختصات راس چهارم و محل برخورد قطرهای متوازی الاضلاع را پیدا کنید.

۵ - قرینه نقطه $A(3,2)$ را نسبت به نقطه $B(5,-1)$ پیدا کنید.

۶ - نقطه ای روی محور y ها بیابید که از دو نقطه $A(1, -3)$ و $B(5, 5)$ به یک فاصله باشد.

۷ - مقدار a را طوری بیابید که سه نقطه $A(3, 4)$ و $B(5, 8)$ و $C(a, -2)$ روی یک خط راست باشند.

۸ - نقاط $A(-1, 2)$ و $B(9, 2)$ دو سر قطر یک دایره اند. مختصات مرکز و شعاع دایره را پیدا کنید. سپس به دلخواه نقطه ای را مشخص کنید که روی این دایره قرار داشته باشد.

۹ - نقاط $A(2, 0)$ و $B(6, 2)$ و $C(0, 2)$ سه راس یک مثلث اند. محل برخورد عمود منصف های مثلث را پیدا کنید.

۱۰ - اگر $A(1, 2)$ مختصات یک راس و $3x + 4y + 4 = 0$ معادله یکی از اضلاع یک مربع باشد. محیط و مساحت مربع را پیدا کنید.

۱۱ - نقطه $A(-1, 1)$ یک راس و نقطه $M(2, 1)$ نقطه برخورد قطرهای یک مربع اند. مختصات سه راس دیگر مربع را پیدا کنید.

۱۲ - نقاط $O(0,0)$ و $A(6,0)$ دو راس یک مثلث متساوی الاضلاع هستند. مختصات راس سوم مثلث را پیدا کنید.

۱۳ - از نقاط $A(1,0)$ و $B(1,1)$ هر کدام یک خط موازی خط $y = \frac{-3}{4}x$ رسم کرده ایم. مساحت مربعی را که دو ضلع مقابلش روی این دو خط قرار دارند ، پیدا کنید.

۱۴ - نقاط $A(3,-2)$ و $B(8,1)$ دو راس مربع $ABCD$ هستند. اگر راس D روی محور عرض ها باشد. مختصات راس های C و D را بیابید.

۱۵ - نقاط $A(2,3)$ و $B(3,5)$ و $C(-1,7)$ سه راس متوازی الاضلاع $ABCD$ هستند. مساحت متوازی الاضلاع را پیدا کنید.

۱۶ - معادله های زیر را حل کنید.

الف) $x^4 - x^2 - 12 = 0$

ب) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

ج) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$

د) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

خ) $x + 2\sqrt{x} - 8 = 0$

چ) $x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{6}} - 6 = 0$

ح) $x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{4}} + 2 = 0$

ر) $x^3 - 5x\sqrt{x} - 24 = 0$

ز) $\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} - 3 = 0$

م) $x^5 - 3 \cdot x^2\sqrt{x} - 64 = 0$

ن) $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$

ک) $(x^2 + 2x + 1)^2 + (x^2 + 2x) - 11 = 0$

گ) $(2x^2 - 1)^2 - 6x^2 - 7 = 0$

$$J) x^2 + 2x + \frac{1}{x^2 + 2x + 2} =$$

۱۷ - در معادله های درجه دوم زیر مقدار m را طوری پیدا کنید که رابطه داده شده بین ریشه های معادله برقرار باشد.

الف) در معادله $x^2 - 2x + m + 2 = 0$ یکی از ریشه ها مجذور دیگری باشد.

ب) در معادله $x^2 - 8x + m + 7 = 0$ یکی از ریشه ها ۲ واحد از دیگری بیشتر باشد.

پ) در معادله $x^2 + 3x + m + 3 = 0$ یکی از ریشه ها ۲ برابر دیگری باشد.

ت) در معادله $(m + 2)x^2 - 10x + 2m + 1 = 0$ یکی از ریشه ها عکس دیگری باشد.

ث) در معادله $x^2 - 3x + m = 0$ مجموع مربعات ریشه ها برابر ۵ باشد.

۱۸ - معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد.

۱۹ - معادله درجه دومی با ضرایب گویا بنویسید که یکی از ریشه هایش $2 - \sqrt{3}$ باشد.

۲۰ - ماکسیمم یا مینیمم تابع های زیر را پیدا کنید.

الف) $f(x) = 2x^2 - x + 1$

ب) $f(x) = -x^2 + 4x + 15$

پ) $f(x) = (3x + 3)(x - 7)$

ت) $f(x) = (x + 2)^2 - (3x - 1)^2$

ث) $f(x) = (x - 1)(x + 3) + (x + 3)(x + 5)$

۲۱ - می خواهیم با طنابی به طول ۲۰ متر دور استادیومی مستطیلی شکل که مطابق شکل دو سر آن نیم دایره است را محصور کنیم. ابعاد مستطیل چقدر باشد تا مساحت مستطیل ماکسیمم باشد؟



۲۲ - یک موشک به طور عمودی پرتاب شده است و معادله ارتفاع آن t ثانیه پس از پرتاب به صورت

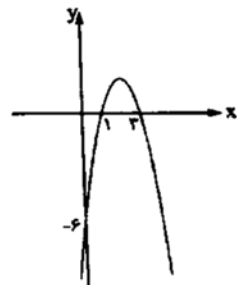
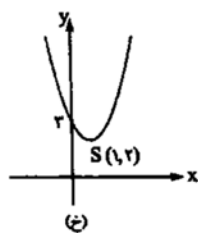
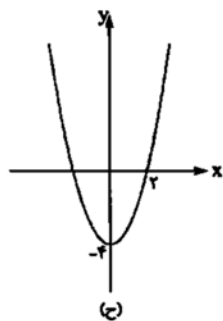
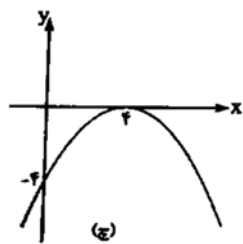
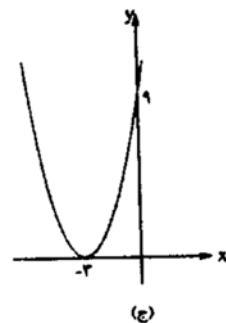
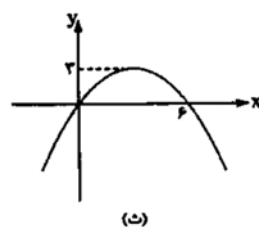
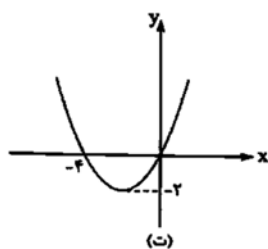
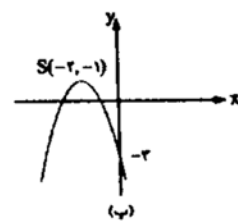
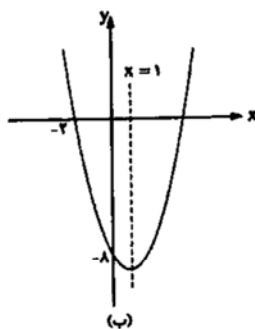
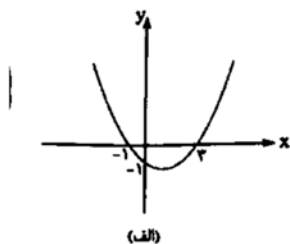
$$h(t) = -5t^2 + 200t \text{ است.}$$

الف) چند ثانیه طول می کشد تا موشک به ارتفاع اوج برسد؟

ب) ارتفاع اوج موشک را پیدا کنید.

پ) چند ثانیه پس از پرتاب موشک دوباره به زمین برخورد می کند؟

۲۳ - معادله هر یک از سهمی های زیر را بنویسید.



۲۴ - مسیر حرکت یک گلوله توپ به صورت $y = \frac{-1}{2}x^2 + 10x$ است.

الف (مسیر حرکت گلوله را رسم کنید.

ب (حداکثر ارتفاع گلوله را پیدا کنید.

ج (فاصله نقطه برخورد گلوله با زمین از نقطه شلیک چه قدر است؟

۲۵ - معادله های زیر را حل کنید.

الف) $\frac{2x+3}{x-1} - \frac{2x-3}{x+1} = \frac{x}{x^2-1}$

ب) $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{8x+6}{x^2+x-6}$

پ) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{5}$

ت) $\frac{2}{x-1} + \frac{2x+3}{x^2+x+1} = \frac{5x^2+1}{x^3-1}$

س) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{x}{x^2-4}$

ش) $\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} = \frac{1}{2x} - 1$

۲۶ - معادله های زیر را حل کنید.

الف) $\sqrt{x+3} = 5$

ب) $\sqrt{x+3} + 2x = 4$

پ) $2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+2} = 0$

ت) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = \sqrt{2x+15}$

ث) $x + \sqrt{x} = 20$

ج) $\sqrt{x+3} + \frac{2}{\sqrt{x+3}} = 3$

چ) $x + 2\sqrt{x+1} = 7$

$$\sqrt{6 + \sqrt{x + 3}} = \sqrt{2x - 3} \quad \text{ح}$$

۲۷ - دو نقاش اگر با هم کار کنند ، خانه ای را در ۳ روز رنگ میزنند اما اگر هر کدام به تنهایی کار کنند ، نقاش اول خانه را ۸ روز زودتر رنگ میزند. حساب کنید هر کدام از نقاش ها خانه را در چند روز رنگ می زنند؟

۲۸ - یک حوض می تواند با بازکردن دو شیر آب پر شود. اگر هر دو شیر با هم باز باشند ، حوض در ۸ ساعت پر می شود . می دانیم سرعت خارج شدن آب یکی از شیرها دو برابر دیگری است. حساب کنید هر کدام از شیرها به تنهایی حوض را در چند ساعت پر می کنند؟