

درس دوم: معادله درجه دوم و تابع درجه ۲

روش تغییر متغیر

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 10t + 9 = 0$$

مجموع و حاصلضرب ریشه های معادله درجه ۲

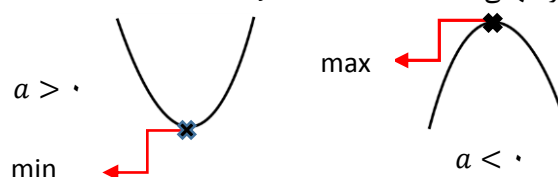
اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند داریم:

$$P = \frac{c}{a} \text{ حاصل جمع ریشه ها: } S = -\frac{b}{a}$$

معادله درجه دومی که مجموع ریشه هایش S و حاصلضرب ریشه هایش P باشد به فرم $x^2 - Sx + P = 0$ خواهد بود.

ماکزیم و مینیمم سهمی

در سهمی $y = ax^2 + bx + c$



طول نقطه مینیمم و ماکزیمم از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می آید.

با جایگذاری طول مینیمم یا ماکزیمم در معادله سهمی مقدار مینیمم و ماکزیمم تابع به دست می آید.

تشخیص علامت ریشه های احتمالی تابع

مثال ۱

در مورد تعداد و علامت ریشه های احتمالی

$$y = x^2 + 6x + 5 = 0 \text{ تحقیق کنید.}$$

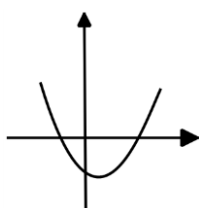
حل

$$\Delta = 16 > 0 \text{ دو ریشه حقیقی متمایز دارد.}$$

$$P = \frac{c}{a} = 5 > 0 \text{ ریشه ها هم علامتند.}$$

$$S = -\frac{b}{a} = -6 < 0 \text{ ریشه ها هر دو منفی هستند.}$$

تشخیص علامت ضرایب از روی نمودار



دهانه سهمی رو به بالا $a > 0$

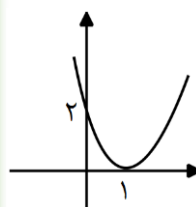
تابع محور y ها را در قسمت منفی قطع کرده $c < 0$

$$-\frac{b}{a} > 0 \rightarrow b < 0 \text{ مجموع دو ریشه مثبت است.}$$



نوشتن ضابطه تابع از روی نمودار

فرض کنیم نمودار مقابل مربوط به $f(x) = ax^2 + bx + c$ است



$$x \text{ راس سهمی } = -\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow 2a + b = 0$$

$$f(0) = 2 \rightarrow c = 2 \text{ و } f(1) = 0 \rightarrow a + b + c = 0$$

$$a + b = -2, \quad 2a + b = 0 \rightarrow a = 2, b = -4$$

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 2$$

مثال ها

مثال ۱: معادله $(x^2 - 1)^2 - 2 = 0$ را حل کنید.

$$(x^2 - 1)^2 = t \rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \rightarrow t = -2, \quad t = 1$$

$$(x^2 - 1)^2 = -2 \text{ غ ق ق ق } \rightarrow (x^2 - 1)^2 = 1 \rightarrow x^2 = 2$$

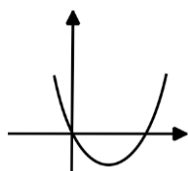
$$x = \pm\sqrt{2}$$



تمرین ۱

شکل روبه رو مربوط به

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ تابع است}$$



الف) علامت a و b را تعیین کنید.

ب) مقدار c را بیابید.

تمرین ۲- بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ را تعیین کنید.

تمرین ۳- اگر α و β ریشه های معادله $2x^2 - 5x - 6 = 0$ باشند، مقدار عددی $(\alpha - \beta)^2$ را به دست آورید.

