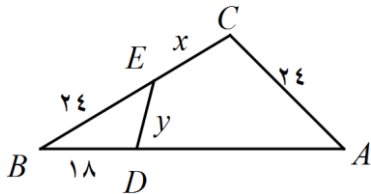


رابطه بین نسبت ارتفاع های متناظر، مساحت و محیط دو مثلث متشابه با نسبت تشابه

فرض کنیم دو مثلث ABC و DEF متشابه و نسبت تشابه آن ها K باشد در این صورت:

- (۱) نسبت ارتفاع های متناظر برابر K است.
- (۲) نسبت مساحت های متناظر برابر K^2 است.
- (۳) نسبت محیط های دو مثلث متناظر برابر K است.

مثال ۱: در شکل مقابل $\hat{C} = \hat{BDE}$ و $BA = 48$ طول x و y را بیابید.



حل: دو مثلث ABC و BDE به نا به حالت (ز ز) متشابه اند، چون

$$\hat{C} = \hat{BDE} \text{ و } \hat{B} = \hat{B} \text{ لذا داریم:}$$

$$\frac{AC}{DE} = \frac{AB}{BE} = \frac{BC}{BD} \rightarrow \frac{24}{y} = \frac{48}{18} \rightarrow y = 12$$

$$\frac{48}{24} = \frac{24 + x}{18} \rightarrow x = 12$$

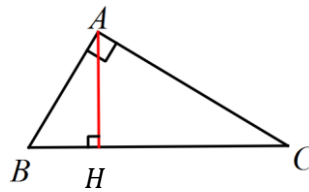


درس سوم: تشابه مثلث ها

حالت های تشابه دو مثلث

- هر گاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابه اند. (ز ز)
- هر گاه اندازه های دو ضلع از مثلثی با اندازه های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آن ها برابر باشند، دو مثلث متشابه اند. (ض ض ض)
- هر گاه اندازه های سه ضلع از مثلثی با اندازه های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه اند. (ض ض ض)

روابط طولی در مثلث قائم الزاویه



$$1) BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$2) AB \times AC = AH \times BC$$

$$3) AH^2 = BH \times HC$$

$$4) AB^2 = BH \times BC$$

$$5) AC^2 = CH \times BC$$



حل:

$$K = \frac{P_2}{P_1} = \frac{15}{5} = 3$$

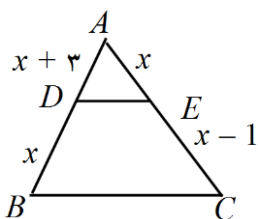
$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \rightarrow \frac{S_2}{S_1} = 9 \rightarrow S_1 = \frac{S_2}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

تمرین ۱

ثابت کنید در دو مثلث متشابه نسبت نیم ساز های نظیر با نسبت تشابه دو مثلث برابر است.

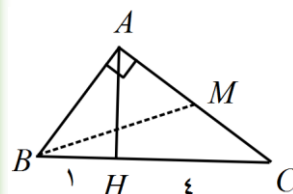
تمرین ۳

در شکل زیر مساحت مثلث بزرگتر چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟ ($BC \parallel DE$) راهنمایی: ابتدا با استفاده از قضیه تالس مقدار x را بیابید و سپس تشابه دو مثلث ABC و ADE را ثابت کنید و با توجه به اینکه نسبت مساحت های متناظر برابر K^2 است جواب را بیابید)



مثال ۲

در مثلث قائم الزاویه ای، ارتفاع وارد بر وتر دو قطعه به طولهای ۱ و ۴ روی وتر ایجاد می کند. طول میانه متوسط این مثلث را بیابید.



$$AB^2 = BH \times BC = 1 \times 5 \rightarrow AB = \sqrt{5}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 4 \times 5 = 20 \rightarrow AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AM = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 = 5 + 5 = 10 \rightarrow BM = \sqrt{10}$$

مثال ۳: اندازه محیط های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۵ است. اگر مساحت مثلث بزرگ تر ۲۷ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچکتر را به دست آورید.

