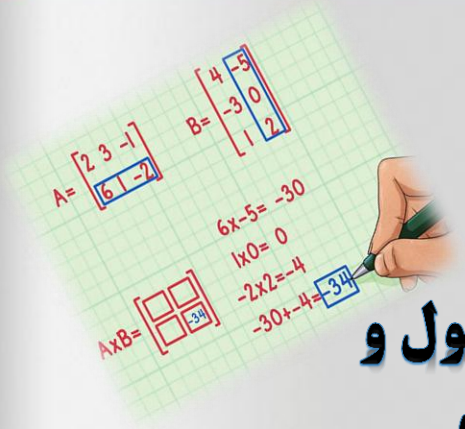
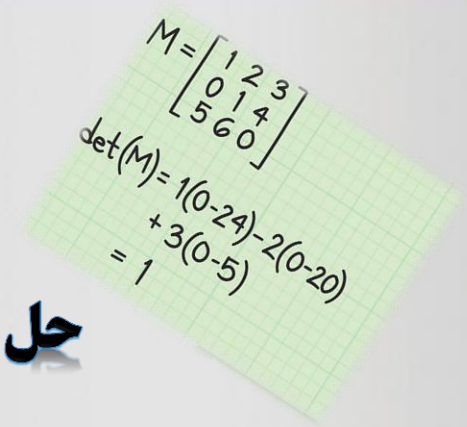
بسمه تعالی





حل دستگاه دو معادله دو مجهول و دترمینان ماتریس ماتریس

انواع حالت های حل دستگاه دو معادله و دو مجهول($\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$) :

۱) اگر $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$	۲) اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$	۳) اگر $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$
فقط یک جواب دارد.	دستگاه جواب ندارد.	دستگاه بی شمار جواب دارد.
دو خط در یک نقطه متقاطع!	دو خط موازی!	دو خط منطبق!

تست ۱: اگر دستگاه زیر دارای یک جواب منحصر به فرد داشته باشد m کدام است؟

$$\begin{cases} x - z = ۱ \\ ۲x + z = m^{۲} - ۲m + ۵ \\ ۲x - z = ۰ \end{cases}$$

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۱- ۴) ۲

چون دستگاه داری جواب منحصر به فرد است پس خطوط در یک نقطه مشترک هستند . ابتدا محل تقاطع دو خط اول و سوم را بدست می آوریم . سپس این نقطه را در معادله ی دوم جایگذاری می کنیم :

$$\begin{cases} X - Z = -1 \\ \rightarrow X = 1 \ , \quad Z = 2 \\ 2X - Z = 0 \end{cases}$$

$$2X + Z = m^2 - 2m + 5 \xrightarrow[Z=2]{X=1} 2(1) + (2) = m^2 - 2m + 5 \rightarrow (m-1)^2 = 0 \rightarrow \underline{m = 1}$$

پس پاسخ گزینه ی ۲ می باشد.

روش محاسبه دترمینان ماتریس ها:

$$\det(A) = \left\| \begin{bmatrix} a \end{bmatrix} \right\| = a$$ ۱×۱

$$\det(A) = \left\| \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right\| = ad - bc$$ ۲×۲

$$\det(A) = \left\| \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \right\|$$ ۳×۳ (بر حسب سطر اول)

$$= a_{11} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

تست ۲: اگر $a+b+c=۵$ باشد ، حاصل دترمینان $\begin{bmatrix} ۴+a & b & c \\ a & ۴+b & c \\ a & b & ۴+c \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۲۴ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۴۴

پاسخ:

$$\det(A) = (۴+a)((۴+b)(۴+c)-(b)(c)) - b((۴+c)(a)-(a)(c)) + c((a)(b)-(a)(۴+b))$$

$$= (۴+a)(۱۶+۴b+۴c) - (b)(۴a) + (c)(-۴a)$$

$$= ۶۴+۱۶b+۱۶c+۱۶a+۴ab+۴ac-۴ab-۴ac$$

$$= ۶۴+۱۶a+۱۶b+۱۶c$$

$$= ۶۴+۱۶(\underbrace{a+b+c}_{۵}) = ۶۴+۱۶\times ۵ = ۶۴+۸۰ = \underline{۱۴۴}$$

پس پاسخ صحیح گزینه ی ۴ می باشد.