



آشنایی با نظریه اعداد





درس ۲ ادامه نظریه اعداد

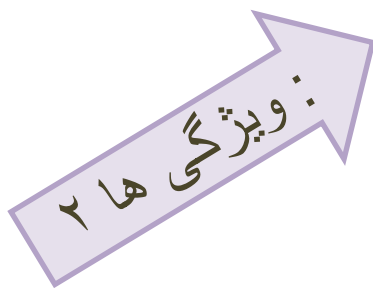
$$\xrightarrow{(۴), m=b^{n-1}} \forall) a|b \Rightarrow a|b^n (n \in \mathbb{N})$$

$$۸) a|b \Leftrightarrow ka|kb \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$۹) a|b \quad 0 \neq b \Rightarrow |a| \leq |b|$$

$$\xrightarrow{(۹)} ۱۰) a|b \quad b|a \quad a \neq \pm b$$

$$۱۱) a|b, c|d \Rightarrow ac|bd$$





سوال ۴ :

اگر $7 \mid a + 3b$ و $7 \nmid b$ ، به ازای چند مقدار k از مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 7\}$ ، رابطهء

$7 \mid 2a + kb$ لزوماً برقرار است؟ $(a, b \in \mathbb{Z})$

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

پاسخ :

$$\begin{array}{l} 7 \mid a + 3b \Rightarrow 7 \mid 2a + 6b \\ 7 \mid 2a + 6b \\ 7 \mid 2a + kb \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 7 \mid 2a + 6b \\ 7 \mid 2a + kb \end{array}} \right\} 7 \mid (k - 6)b$$

یعنی $(k - 6)b$ بر ۷ بخش پذیر است ، چون b بر ۷ بخش پذیر نیست و عددی اول است ، الزاماً $k - 6$ بر ۷ بخش پذیر است که در مجموعه A ، فقط -۱ و ۶ ، این ویژگی را دارند.



درس ۲

نکته : اگر

$$a \mid bm + c, a \mid dm + e \Rightarrow a \mid (b \times e) - (d \times c)$$

اثبات :

$$a \mid bm + c \Rightarrow a \mid d \times bm + d \times c,$$

$$a \mid dm + e \Rightarrow a \mid b \times dm + b \times e$$

$$\longrightarrow a \mid (b \times e) - (d \times c)$$



سوال ۵ :

چند مقدار صحیح n وجود دارد به گونه ای که $n + ۶$ بر $n^۲ + ۲$ بخش پذیر باشد؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ : گزینه ۱

$$\begin{aligned} n^2 + 2 \mid n + 6 &\xrightarrow{\times(n-6)} n^2 + 2 \mid (n-6)(n+6) \\ \Rightarrow n^2 + 2 \mid n^2 - 36 \\ \Rightarrow n^2 + 2 \mid n^2 + 2 &\quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow n^2 + 2 \mid n^2 - 36 \\ \Rightarrow n^2 + 2 \mid n^2 + 2 \end{aligned}} \right\} n^2 + 2 \mid 38 \\ \Rightarrow n^2 + 2 = \pm 1, \pm 2, \pm 19, \pm 38 \end{aligned}$$

n : مقادیر صحیح

$$n = 0, 6, -6$$



مقدار $n = 6$ قابل قبول نیست ، زیرا در مرحله
اثبات باید شرط $n - 6 \neq 0$ را در نظر بگیریم





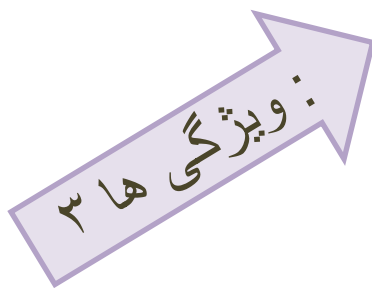
درس ۲ ادامه نظریه اعداد

$$۱۲) a \mid b \Leftrightarrow a^n \mid b^n$$

$$۱۳) a \mid b \Rightarrow a^n \mid b^m \quad n \leq m \quad (m, n \in \mathbb{N})$$

$$۱۴) a^n \mid b \Rightarrow a \mid b \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$۱۵) m \leq n \Leftrightarrow m! \mid n!$$





سوال ۶:

اگر $a^3 \mid a + b$ ، آن گاه کدام نتیجه گیری لزوماً درست نیست؟ $(a, b \in \mathbb{N})$

$$a^3 \mid b^3 - a^3 \quad (۲)$$

$$a^3 \mid b^3 - a^3 \quad (۱)$$

$$a^3 \mid b^3 + a^3 \quad (۴)$$

$$a^3 \mid b^3 + a^3 \quad (۳)$$

پاسخ :

$$a^r \mid a + b \Rightarrow a \mid a + b \xrightarrow{a \mid a} a \mid b \xrightarrow{a \mid a} a \mid b - a$$

طبق فرض : $a^r \mid a + b$

$$\xrightarrow{\times} a^r \mid b^r - a^r$$

$$a \mid b \Rightarrow a^r \mid b^r \xrightarrow{a^r \mid a^r} a^r \mid b^r \pm a^r$$

مثال نقض گزینه ۴ :

$$b = 6, a = 2$$