

نام: سوالات درس: گسسته امتحانات نیم سال اول: تاریخ امتحان:

نام خانوادگی: پایه: دوازدهم ساعت شروع: مدت زمان امتحان: ۱۲۰ شماره صندلی:

نام دبیر:	پایه: دوازدهم	کلاس:	تعداد صفحه: ۵	تعداد سوال: ۱۸
-----------	---------------	-------	---------------	----------------

ریاضیات روح را صفا می بخشد و ذهن را برای درک حقیقت آماده می کند. افلاطون

ردیف	متن سوال	بارم										
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید . الف) اگر $a \equiv b$ و $n m$ آنگاه $a \equiv b$ ب) ۸۶ عضوی از $[۲]_۴$ است. ج) از این که $a b + c$ ، همواره می توان نتیجه گرفت که $a b$ یا $a c$ د) گرافی وجود دارد که درجه رئوس آن ۲، ۲، ۳، ۴، ۵ است .	۱										
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید . الف) P_n گرافی است که تنها از یک مسیر تشکیل شده است. ب) حاصل $[(a^۷, b^۳), [b^۵, b^{۱۱}]]$ برابر با است. ج) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند. و $\forall m > ۰$ ۲) $a c$ و $b c$ ۱) د) در گراف کامل از مرتبه ی ۴ تعداد دور به طول ۳ برابر است .	۱										
۳	برای اثبات یا رد احکام زیر از کدام روش اثبات استفاده می شود. احکام ستون سمت راست را به روش ستون سمت چپ وصل کنید. <table><tr><td>الف) میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگی هندسی آنها کمتر است.</td><td>اثبات بازگشتی</td></tr><tr><td></td><td>برهان خلف</td></tr><tr><td></td><td>درنظرگرفتن همه حالاتها</td></tr><tr><td>ب) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱، عدد $۲^n - ۱$ اول است.</td><td>اثبات مستقیم</td></tr><tr><td></td><td>مثال نقض</td></tr></table>	الف) میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگی هندسی آنها کمتر است.	اثبات بازگشتی		برهان خلف		درنظرگرفتن همه حالاتها	ب) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱، عدد $۲^n - ۱$ اول است.	اثبات مستقیم		مثال نقض	۰/۵
الف) میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگی هندسی آنها کمتر است.	اثبات بازگشتی											
	برهان خلف											
	درنظرگرفتن همه حالاتها											
ب) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱، عدد $۲^n - ۱$ اول است.	اثبات مستقیم											
	مثال نقض											
۴	به الف) پاسخ کوتاه دهید و ب) را تعریف کنید. الف) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی باشند، چه می نامیم؟ ب) گراف همبند را تعریف کنید.	۰/۵										

ردیف	صفحه دوم	بارم
۵	عدد a چقدر باشد تا عدد $\overline{713a9}$ بر ۹ بخش پذیر شود.	۰/۵
۶	فرض کنید $x \neq 0$ عددی گویا و y عددی گنگ باشد ثابت کنید xy عددی گنگ است.	۱/۲۵
۷	<p>(الف) ۸ گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید:</p> <p>(برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$)</p> <p>(ب) ثابت کنید حاصلضرب هردو عدد فرد متوالی به علاوه یک، مربع کامل است.</p>	<p>۱</p> <p>۱/۵</p>
۸	<p>هر یک از موارد زیر را در حالت کلی ثابت کنید.</p> <p>(الف) اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ و $m, n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید: $m \leq n, a b \Rightarrow a^m b^n$</p> <p>(ب) $a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc$</p>	<p>/۷۵</p> <p>۱</p>

ردیف	صفحه سوم	بارم
۹	در تقسیم ۵۱۱ و ۴۷۰ بر عدد b باقیمانده‌ها به ترتیب ۱۰ و ۱۳ شدند مقدار b را بیابید.	۱/۲۵
۱۰	الف) عدد صحیح n را طوری پیدا کنید که $۲n - ۱ \mid ۳n + ۷$ ب) . باقی مانده‌ی تقسیم $۳۸^{۳۶} + ۱۹$ را بر ۴ به دست آورید.	۲
۱۱	اگر اول آبان در یک سال روز جمعه باشد، هفتم اسفند چندشنبه است؟	۷۵/۰
۱۲	رقم یکان عدد $۲^{۱۱} + ۷$ را به دست آورید.	۱

ردیف	صفحه چهارم	بارم
۱۳	<p>معادله‌ی سیاله‌ی $4x + 3y = 19$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف: نشان دهید معادله‌ی سیاله دارای جواب است.</p> <p>ب: جواب عمومی معادله‌ی سیاله‌ی داده شده را بیابید.</p>	۱
۱۴	<p>اگر G گرافی از مرتبه ۸ و اندازه ۱۱ باشد به طوری که درجه هر رأس آن ۲ یا ۳ می باشد. این گراف چند رأس از درجه ۳ دارد؟</p>	۱
۱۵	<p>نمودار مقابل مربوط به گراف $G(V, E)$ است:</p> <p>الف) کدام یال‌ها را از گراف حذف کنیم تا گراف دو-منتظم حاصل شود.</p> <p>ب) یک $e-d$ مسیر به طول ۳ بنویسید.</p>	<div data-bbox="145 1037 544 1462"> </div>
۱۶	<p>شکل مقابل نمودار گراف G می باشد.</p> <p>الف: مرتبه و اندازه‌ی گراف G را بنویسید.</p> <p>ب: مجموعه‌ی $N_G(b)$ را بنویسید.</p> <p>ج: مجموع درجه‌های رأس‌های گراف $\overline{G}$ را مشخص کنید.</p>	<div data-bbox="359 1581 644 1818"> </div>

ردیف	صفحه پنجم	بارم
۱۷	ثابت کنید در هر گراف ساده : الف- اگر $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ مجموعه راس های گراف و q اندازه گراف باشد داریم: $\sum_{i=1}^p deg(v_i) = 2q$	۷۵/۰
۱۸	علی، سامان، محمد، ناصر و مهرداد در یک شبکه اجتماعی عضو هستند و هر کدام از آنها ممکن است در فهرست دوستان هر کدام از ۴ نفر دیگر باشد یا نباشد، چند حالت مختلف می تواند وجود داشته باشد؟ موفق باشید.	۱
جمع نمرات		
۲۰		
نمره ورقه:	با عدد:	نام و نام خانوادگی دبیر:
	با حروف:	