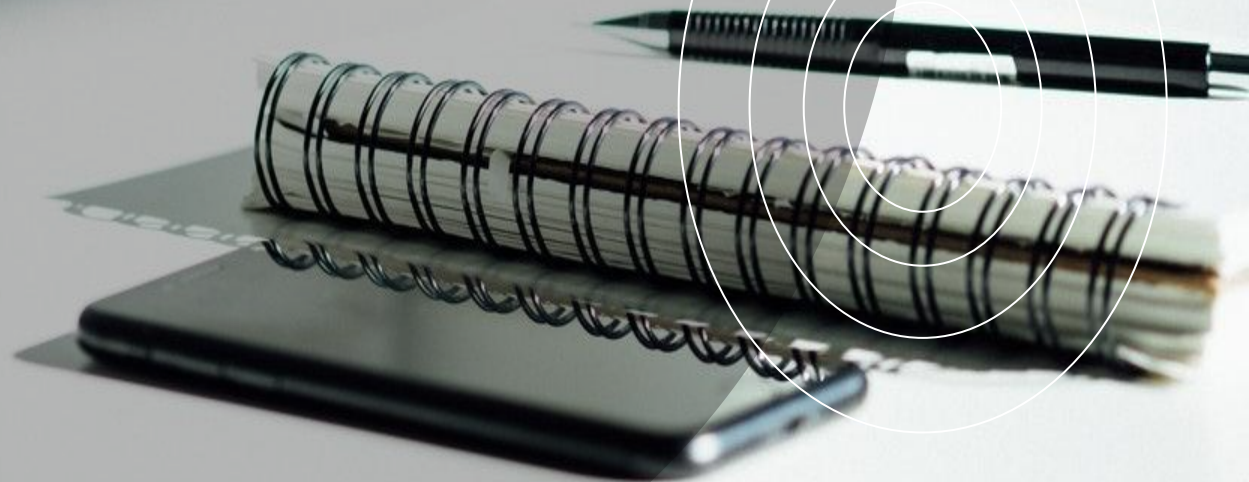


مبحث : ترکیب توابع



ترکیب توابع



نکته : شاید یکی از مهم ترین و سوال خیز ترین بحث ها ، بحث شیرین ترکیب توابع است . 😊

در ترکیب تابع ، x را به یک تابع (تابع درونی) می دهیم ، سپس خروجی آن را به تابع دوم (تابع بیرونی) می دهیم :



می گوئیم f روی g عمل میکند و به شکل $f(g(x))$ یا $f \circ g(x)$ می نویسیم.

$$y = g(x) \quad \text{و} \quad z = f(y) = f(g(x))$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \quad \text{دامنه :}$$



تیپ ۱: در این تیپ هر دو ضابطه ی F و g را به ما می دهند ، بعد از ما $f \circ g(x)$ یا $g \circ f(x)$ را می خواهند .

راه حل: مثلاً تابع $f \circ g(x)$ را از ما می خواهند . ابتدا میریم سراغ تابع f و به جای همه ی x های آن ضابطه ی $g(x)$ را قرار می دهیم و بعد ساده می کنیم .





تابع با ضابطه ی $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع محور x ها را در دو نقطه به طول های

۶ و $-\frac{1}{4}$ قطع کند. آن گاه نمودار تابع fog ، محور x ها را با کدام طول قطع می کند ؟

$$۹, \frac{1}{۴} (۲)$$

$$۴, \frac{1}{۹} (۱)$$

$$۴, ۹ (۴)$$

$$۴, \frac{1}{۴} (۳)$$

تحلیل سوال : برای پیدا کردن محل برخورد های نمودار با محور x ها باید معادله زیر را باید حل کنیم :

$$f \circ g(x) = 0 \xrightarrow{\text{red}} f(g(x)) = 0 \xrightarrow{\text{red}} f(x - \sqrt{x}) = 0$$

از اینجا که تابع f محور x ها را در نقاط به طول $-\frac{1}{4}$ و 6 قطع می کند $\xleftarrow{\text{blue}}$

پس باید $f(6) = 0$ و $f\left(-\frac{1}{4}\right) = 0$ باشد .

$$f(6) = 0 \xrightarrow{\text{blue}} x - \sqrt{x} = 6 \xrightarrow{\text{blue}} x = 9$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 0 \xrightarrow{\text{blue}} x - \sqrt{x} = -\frac{1}{4} \xrightarrow{\text{blue}} x = \frac{1}{4}$$

گزینه ی ۲ صحیح است .



تیپ ۲: ضابطه ی تابع مرکب (fog) را می دهند به همراه تابع درونی (g) سپس تابع بیرونی (f) رو از ما می خواهند .

راه حل: تابع داخل پراتنز را برابر با f قرار داده و بعد از تغییر متغیر ، X را می یابیم و بعد در معادله ی ترکیب قرار می دهیم .





اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ باشند ، ضابطه ی تابع $f \circ g(x)$ کدام است ؟

ترکیب تیپ اول و
دوم

$$2x^2 - 3x + 7 \quad (2)$$

$$2x^2 - 7x + 3 \quad (1)$$

$$4x^2 - 4x + 11 \quad (4)$$

$$4x^2 - 2x + 13 \quad (3)$$

تحلیل سوال : می بینیم که تابع درونی و ترکیب تابع رو به ما داده و از ما ضابطه ی $f \circ g(x)$ رو میخواهد . پس ابتدا باید تابع بیرونی رو پیدا کنیم (تیپ دوم) ، بعد ضابطه ی تابع های درونی و بیرونی را داریم ، از ما ضابطه ی ترکیب تابع را بدست می اوریم (تیپ اول) . **ترکیب تیپ اول و دوم**

$$g(2x + 3) = 8x^2 + 22x + 20 \longrightarrow 2x + 3 = t \longrightarrow x = \frac{t-3}{2}$$

حال در معادله ی ترکیب به جای x ، $\frac{t-3}{2}$ را قرار می دهیم.

$$g(t) = 8\left(\frac{t-3}{2}\right)^2 + 22\left(\frac{t-3}{2}\right) + 20 \xrightarrow{\text{ساده سازی}} g(t) = 2t^2 - t + 5 \longrightarrow g(x) = 2x^2 - x + 5$$

حال ما تابع g و f را داریم باید ضابطه $f \circ g(x)$ را بسازیم. (تیپ اول)

$$f(g(x)) = 2(2x^2 - x + 5) + 3 = 4x^2 - 2x + 13$$

گزینه ی ۳ صحیح است .



تپ ۳: ضابطه ی تابع مرکب ($f \circ g$) را می دهند به همراه تابع بیرونی (f) سپس تابع درونی (g) رو از ما می خواهند .

راه حل: به کمک تابع f ، $f(g(x))$ را تشکیل داده و مساوی با ضابطه ی داده شده در صورت سوال قرار می دهیم .



اگر $f(x) = 2x^2 + 1$ و $g(x) = 2x - 4\sqrt{x} + 3$ باشند ، $g(4)$ کدام می تواند باشد ؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



تحلیل سوال : می بینیم که ضابطه ی تابع مرکب و تابع بیرونی رو داریم و سوال از ما مقدار تابع درونی را در یک نقطه ی خاص از ما خواسته . **تیپ سوم** ←

با توجه به اینکه $f(x) = 2x^2 + 1$ ←

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = 2g^2(x) + 1$$

از طرفی $f \circ g(x) = 2x - 4\sqrt{x} + 3$ ، بنابراین :

$$2g^2(x) + 1 = 2x - 4\sqrt{x} + 3 \longrightarrow 2g^2(x) = 2x - 4\sqrt{x} + 2 \longrightarrow g^2(x) = x - 2\sqrt{x} + 1$$

حال $x = 4$ را قرار می دهیم .

$$g^2(4) = 4 - 2\sqrt{4} + 1 = 1 \longrightarrow g(4) = 1 \text{ یا } -1$$

گزینه ی ۱ صحیح است .