درس اول

تناوب و تانژانت

سوالات تشریحی و تستی درس اول

مثال ۱- دورهٔ‌تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع مثلثاتی زیر را بیابید.

الف) $y = ۲\sin(۴x) - ۱$

ب) $y = \frac{-۱}{۲}\cos\left(\frac{\pi}{۲}x\right)$

پ) $y = \frac{\pi}{۴}\cos(-۲x) + ۲$

ت) $y = ۶\sin\left(\frac{x}{۳}\right)$

ث) $y = \frac{-۳}{۲}\sin\left(\frac{x}{۴}\right) - ۲$

مثال ۲-در هر مورد ضابطهٔ تابعی مثلثاتی با دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده را بنویسید.

الف) $T = ۴\pi \ , \ max = ۸ \ , \ min = ۵$

ب) $T = ۳ \ , \ max = ۲ \ , \ min = -۴$

پ) $T = \frac{\pi}{۴} \ , \ max = ۴ \ , \ min = -۱$

ت) $T = ۳\pi \ , \ max = ۶ \ , \ min = -۳$

مثال ۳- چرا توابع متناوب هیچ گاه یک به یک نیستند؟

مثال ۴- با افزایش مقادیر زاویه α در ربع دوم و نزدیک شدن آن به π مقادیر تانژانت تا چه حد افزایش یا کاهش می یابد؟ (با رسم شکل)

مثال ۵- توضیح دهید اگر a عدد حقیقی و منفی باشد، چگونه می توان زاویه ای مانند α یافت طوری که $\tan\alpha = a$

مثال ۶- دامنهٔ توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \tan ۲x$

ب) $y = \frac{۱}{۴}\tan\left(x - \frac{\pi}{۲}\right)$

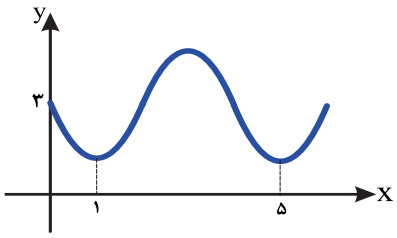
پ) $y = ۳\tan\left(\frac{\pi}{۴} - x\right)$

ت) $y = ۲\tan\left(۲x + \frac{\pi}{۳}\right)$

مثال ۷- نمودار $y = \tan x$ را در بازهٔ $\left(-\frac{\pi}{۲}, \frac{\pi}{۲}\right)$ رسم کنید. یکنوایی آن را مشخص کنید.

مثال ۸- در ربع اول مقدار $\sin\alpha$ را با مقدار $\tan\alpha$ مقایسه کنید. $۰ < \alpha < \frac{\pi}{۲}$

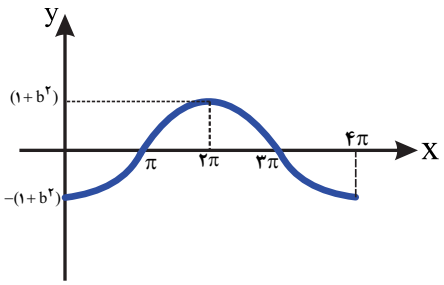
مثال ۹- شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه ی $x = \frac{۲۵}{۳}$ کدام است؟



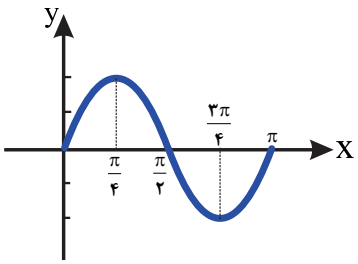
مثال ۱۰- دوره تناوب دو تابع زیر با هم برابرند. مقادیر ممکن **b** را بیابید.

$$y = ۳\sin\left(\frac{\pi x}{b-۱}\right) \quad , \quad y = -\cos\left((b+۱)\pi x\right)$$

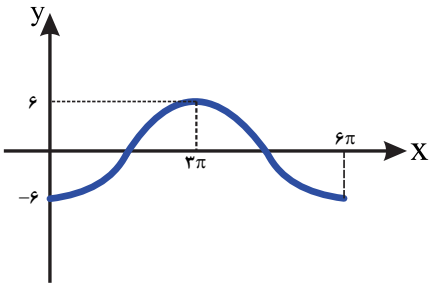
مثال ۱۱- معادلهٔ منحنی روبه رو را به صورت $y = a\cos(bx)$ بیان کنید.



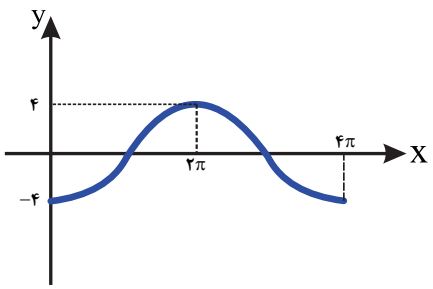
مثال ۱۲- معادلهٔ منحنی روبه رو را به صورت $y = a\sin(bx)$ بیان کنید.



مثال ۱۳- معادله ی منحنی روبه رو را به صورت $y = a\cos(bx)$ بیان کنید.

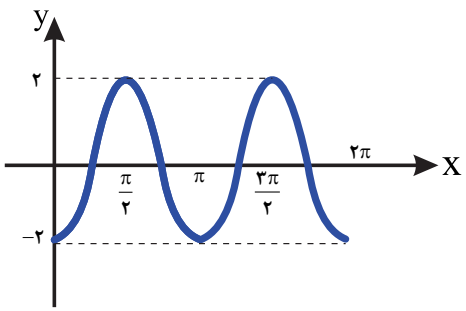


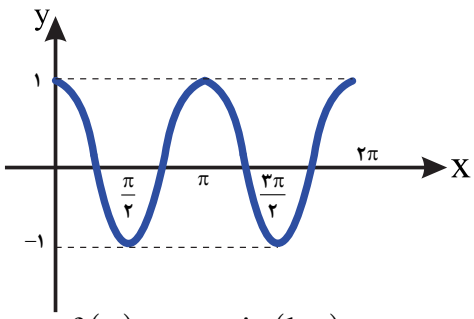
مثال ۱۴- معادلهٔ نمودار زیر را بنویسید.



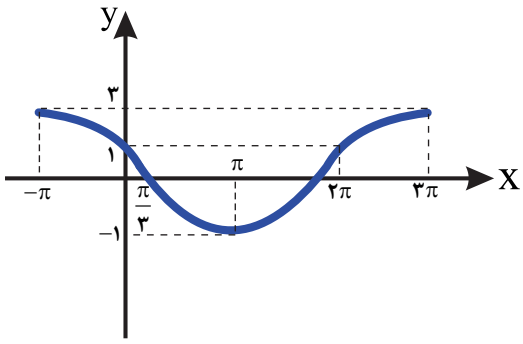
مثال ۱۵- معادلهٔ یک تابع سینوسی $y=a\sin(bx)$ را بنویسید که برد آن $[-۴,۴]$ و دوره تناوب آن ۲ باشد.

مثال ۱۶- معادلهٔ نمودار های زیر را بنویسید.





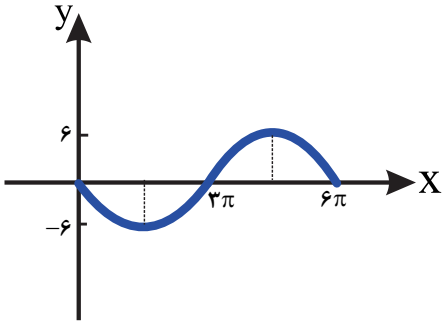
مثال ۱۷- نمودار تابع $f(x)=۱-a\sin(bx)$ به صورت زیر است، **a** و **b** را بدست آورید.

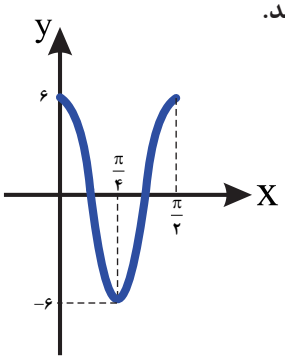


مثال ۱۸- معادلهٔ یک تابع سینوسی $y=a\sin(bx)+c$ را بنویسید که ماکزیمم آن ۵ و مینیمم آن ۱- و دوره تناوب آن ۸π است.

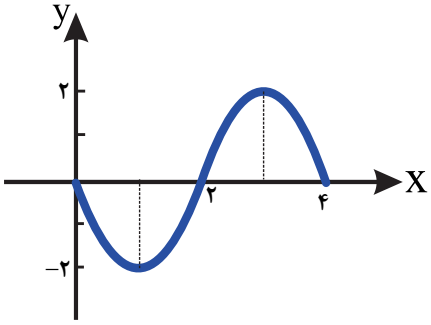
مثال ۱۹- معادلهٔ یک تابع کسینوسی $y=a\cos(bx)+c$ را بنویسید که ماکزیمم آن $\frac{۱}{۲}$ و مینیمم آن ۱- و دوره تناوب آن ۶ است.

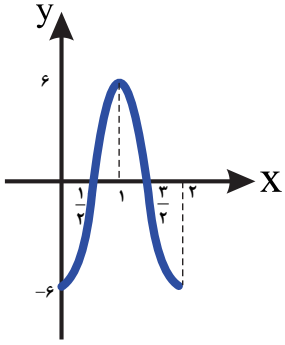
مثال ۲۰- معادلهٔ نمودار های زیر را بنویسید.





مثال ۲۱- معادلهٔ منحنی های زیر را به ترتیب به صورت $y=a\cos(bx)$ و $y=a\sin(bx)$ بیان کنید.





مثال ۲۲- درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص کنید.

الف) تابع تانژانت در ربع چهارم از $\frac{۳\pi}{۲}$ تا رسیدن به زاویه ۲π مقدار کاهشی دارد.

ب) بازه ای وجود دارد که تانژانت در آن بازه صعودی است.

پ) تابع تانژانت تابعی غیر متناوب است.

ت) دوره تناوب تابع $y=-۲\cos\left(\frac{\pi}{۸}x\right)+۱$ برابر ۱۶ است.

ث) دامنهٔ تابع تانژانت برابر $D=R-\left\{x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\right\}$ است.

ج) دوره تناوب تانژانت برابر $\frac{\pi}{۲}$ است.

چ) در نمودار تابع $y=a\cos(bx)+c$ مقدار بیشینه نمودار ۵ و کمینه ی نمودار ۲ است. در این صورت مقدار a برابر ۳/۵ و مقدار c برابر ۱/۵ است.

تست ۲۳- دورهٔ تناوب چندتا از توابع زیر π است؟

$$y=\sin ۲x\ ,\quad y=\cos ۲x\ ,\quad y=۲\sin x\ ,\quad y=\cos\frac{x}{۲}\ ,\quad y=۴\sin\frac{x}{۲}$$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تست ۲۴- دورهٔ تناوب تابع $f(x)=\cos(\sqrt{۲}\pi x)+۴$ کدام است؟

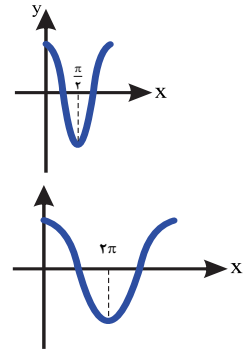
۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}\pi$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi$

تست ۲۵- در تابع $y=\pi\sin(-x)+۱$ مجموع مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دورهٔ تناوب تابع کدام است؟

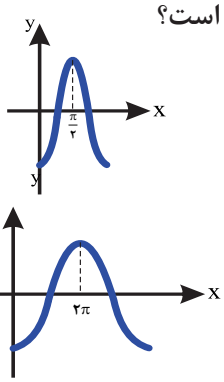
۱) $۲(\pi+۲)$ ۲) ۲π ۳) $۲(۲\pi+۱)$ ۴) $۲(\pi+۱)$

تست ۲۶- نمودار تابع $y=۲\cos(-۲x)$ در یک دورهٔ تناوبش کدام است؟

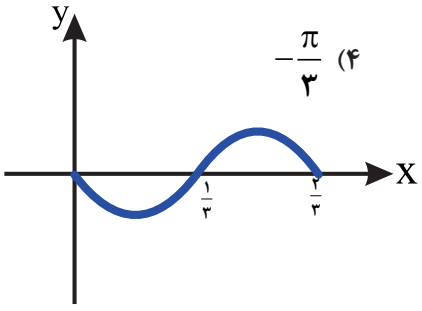
۱)



۲)

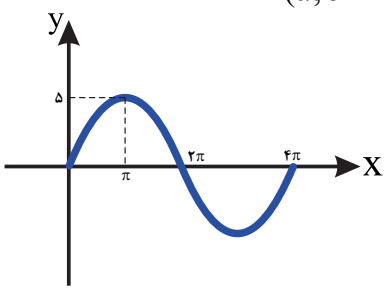


تست ۲۷- تابع $y=\sin bx$ در یک دورهٔ تناوبش به صورت مقابل است، b کدام است؟



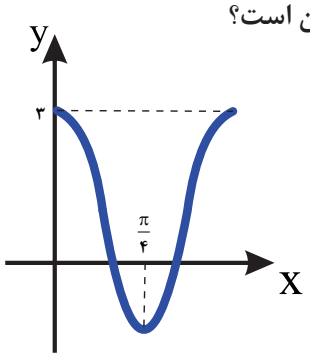
۱) ۳π ۲) -۳π ۳) $\frac{\pi}{۳}$ ۴) $-\frac{\pi}{۳}$

تست ۲۸- نمودار $y = a\sin bx$ به صورت مقابل داده شده است، $a + ۲b$ کدام است؟ $(a, b > ۰)$



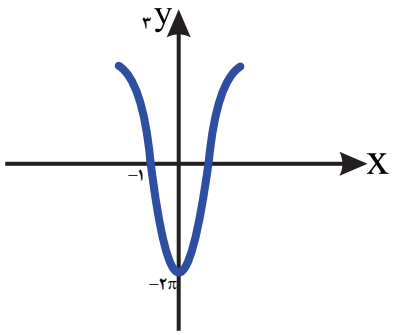
۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

تست ۲۹- اگر نمودار تابع $y = a\cos bx$ به صورت روبه رو باشد، کدام مقدار برای $a + b$ ممکن است؟



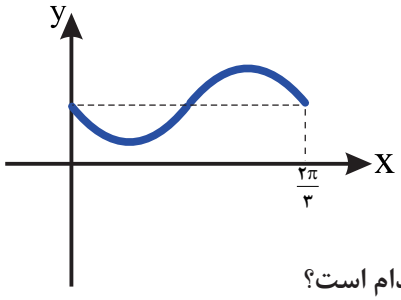
۱) -۱ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) ۵

تست ۳۰- نمودار تابع به معادلهٔ $f(x) = a\cos bx$ به صورت مقابل است، آنگاه $f(\frac{۱}{۲})$ کدام است؟



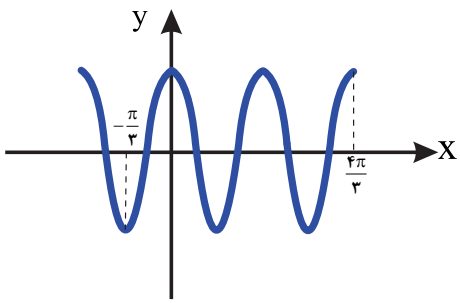
۱) $\sqrt{۲}\pi$ ۲) $-\sqrt{۲}\pi$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi$

تست ۳۱- شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = ۱ - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطهٔ $x = \frac{۷\pi}{۶}$ ، کدام است؟



۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

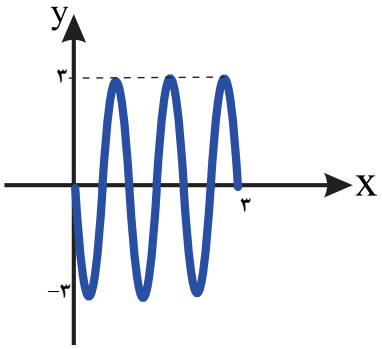
تست ۳۲- تابع $f(x) = a\cos(bx) + c$ به صورت مقابل است. دورهٔ تناوب این تابع کدام است؟



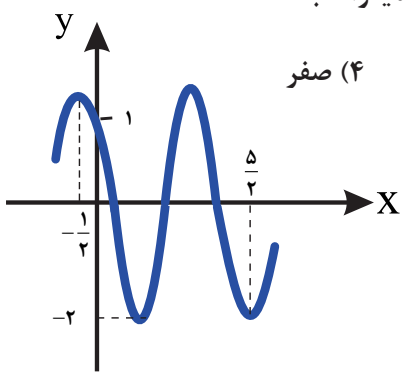
۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۴) $\frac{\pi}{۳}$

تست ۳۳- شکل روبه رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a\sin(b\pi x)$ است. ab کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۲)

۱) -۶ ۲) -۳ ۳) $۴/۵$ ۴) ۶

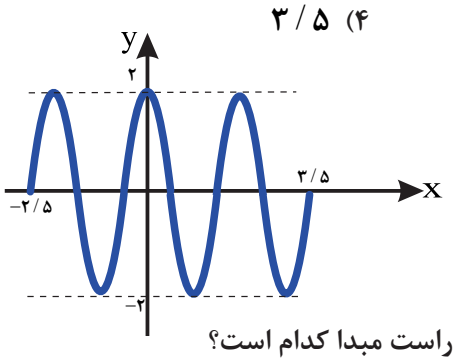


تست ۳۴- اگر نمودار تابع $y = a\sin(b\pi x) + ۱$ به صورت مقابل باشد، $a + b$ کدام میتواند باشد؟



۱) -۲ ۲) ۳ ۳) -۳ ۴) صفر

تست ۳۵- شکل روبه رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a\sin\pi(\frac{۱}{۲} + bx)$ است. ab کدام است؟(ر ۹۲)



۱) ۲ ۲) $۲/۵$ ۳) ۳ ۴) $۳/۵$

تست ۳۶- مختصات نقطهٔ ماکزیمم تابع $y = \sin ۲x$ در اولین دورهٔ تناوب سمت راست مبدا کدام است؟

۱) $(\frac{\pi}{۴}, ۱)$ ۲) $(\frac{\pi}{۴}, \frac{\sqrt{۲}}{۲})$ ۳) $(\frac{\pi}{۶}, ۱)$ ۴) $(\frac{\pi}{۶}, \frac{۱}{۲})$

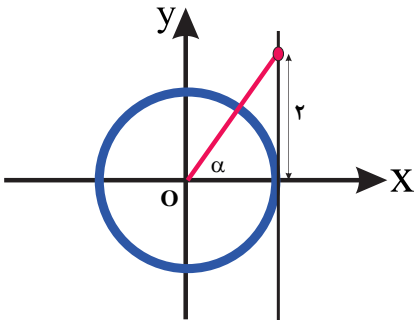
تست ۳۷- اگر دورهٔ تناوب تابع $y = ۳\cos ax$ برابر ۲ باشد، اولین نقطهٔ مینیمم این تابع با طول مثبت کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

تست ۳۸- تابع $y = \tan x$ در ربع های اول و دوم به ترتیب چگونه است؟

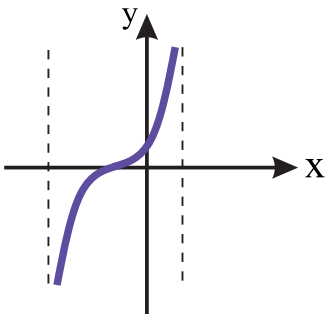
۱)صعودی- صعودی ۲) صعودی- نزولی ۳) نزولی - صعودی ۴) نزولی - نزولی

تست ۳۹- با توجه به شکل، حاصل $\cos\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ ۳) $\frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۱۰}$

تست ۴۰- نمودار مقابل مربوط به کدام تابع است؟



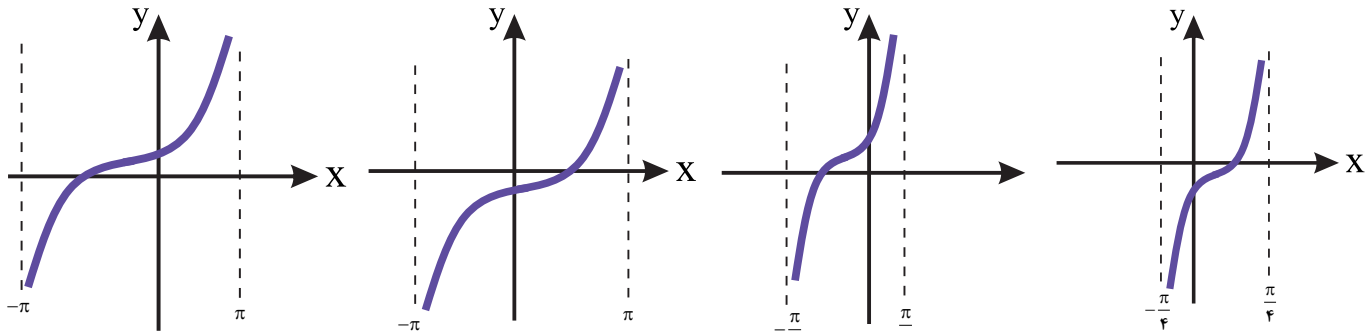
۱) $y=\tan x-۱$

۲) $y=\tan x+۱$

۳) $y=\tan(x-۱)$

۴) $y=\tan(x+۱)$

تست ۴۱- نمودار $y=\tan ۲x-۱$ در یک دورهٔ تناوبش چگونه است؟



تست ۴۲- برد تابع $f(x)=-۴\tan(\frac{x}{۳})+۱$ کدام بازه است؟

۱) $[-۳,۵]$ ۲) $[-۱,\frac{۵}{۳}]$ ۳) $(-\infty,۱)$ ۴) $\mathbb{R}$

تست ۴۳- تابع $y=\tan(\frac{x}{۳})$ در تمامی نقاط کدام بازه صعودی است؟

۱) $(\pi,۲\pi)$ ۲) $(-\pi,\pi)$ ۳) $(۰,۳\pi)$ ۴) $(۰,۲\pi)$

تست ۴۴- اگر دورهٔ تناوب تابع $f(۲x)$ برابر T باشد، دورهٔ تناوب تابع $f(۵x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}T$ ۲) $\frac{۲}{۵}T$ ۳) $۵T$ ۴) $\frac{T}{۲}$

تست ۴۵- دورهٔ تناوب اصلی تابع $f(x)=۷\sin\frac{x}{۳}+۵$ کدام است؟

۱) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۲) ۴π ۳) ۶π ۴) ۸π

تست ۴۶- دورهٔ تناوب اصلی تابع $f(x)=۸\cos ۳x+۷$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) ۶π ۴) $\frac{۳\pi}{۲}$

تست ۴۷- دورهٔ تناوب اصلی تابع $y=|\cos x|$ برابر است با :

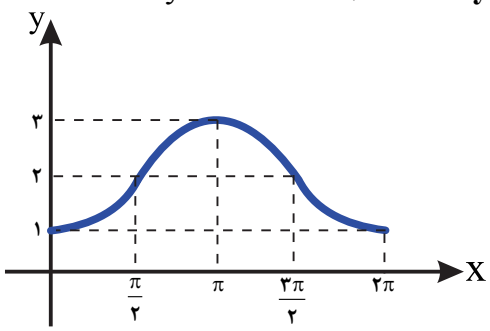
۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) π ۳) $\frac{۳\pi}{۲}$ ۴) ۲π

تست ۴۸- دورهٔ تناوب تابع $f(x)=\tan\frac{x}{۴}.\cot\frac{x}{۴}$ کدام است؟

۱) ۴π ۲) ۲π ۳) π ۴) $\frac{\pi}{۲}$

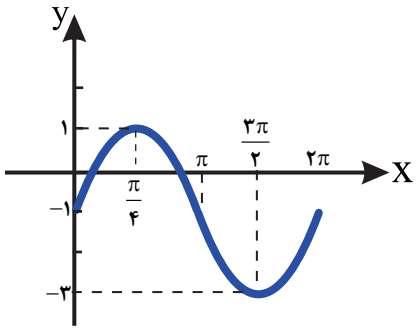
تست ۴۹- کدام ضابطهٔ زیر دارای نموداری به صورت مقابل است؟

۱) $y=۲\sin x-۱$ ۲) $y=۲\cos x+۱$ ۳) $y=\sin x-۲$ ۴) $y=۲-\cos x$

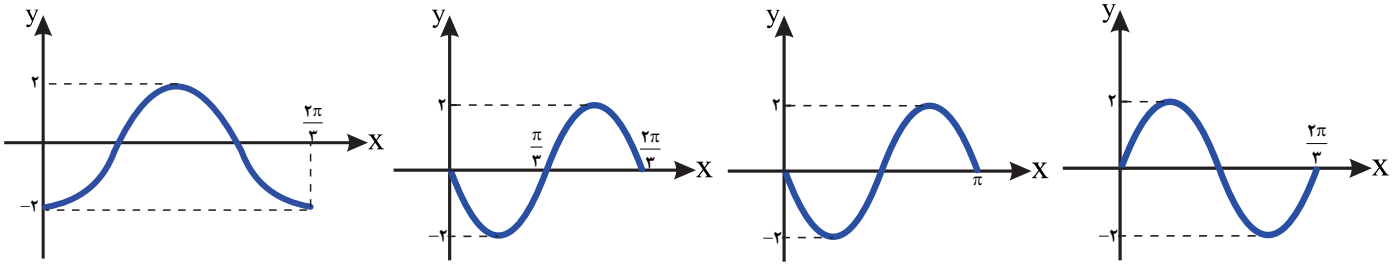


تست ۵۰- ضابطهٔ متناظر با نمودار مقابل کدام است؟

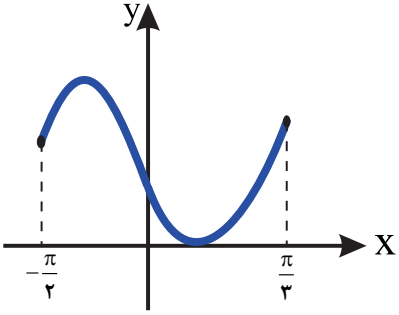
۱) $y=۲\cos x+۱$ ۲) $y=\sin x-۲$ ۳) $y=۲\sin x-۱$ ۴) $y=۲-\cos x$



تست ۵۱- کدام یک از موارد زیر، بخشی از تابع $y=-۲\sin ۳x$ را نشان میدهد؟



تست ۵۲- شکل مقابل نمودار کدام تابع در بازهٔ $\left[-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲}\right]$ است؟



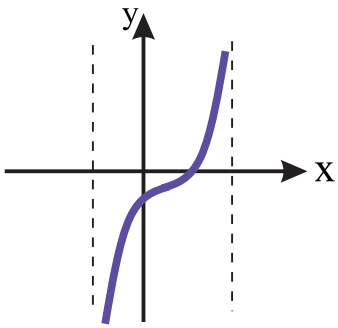
۱) $y=۱+\sin(۲x+\frac{\pi}{۶})$

۲) $y=۱+\cos(x+\frac{\pi}{۳})$

۳) $y=۱-\sin(۲x+\frac{\pi}{۶})$

۴) $y=۱-\cos(x+\frac{\pi}{۳})$

تست ۵۳- نمودار مقابل مربوط به ضابطهٔ کدام یک از توابع زیر می تواند باشد؟



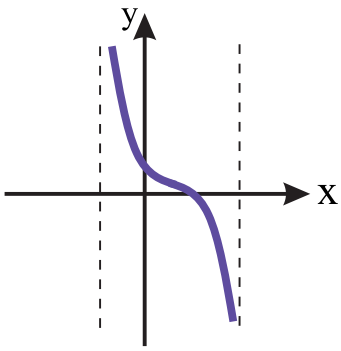
۱) $f(x)=\tan(x+\frac{\pi}{۳})-۱$

۲) $f(x)=\tan(x-\frac{\pi}{۳})+۱$

۳) $f(x)=\tan(x-\frac{\pi}{۴})+۱$

۴) $f(x)=\tan(x+\frac{\pi}{۴})-۱$

تست ۵۴- ضابطهٔ تابع مقابل کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟



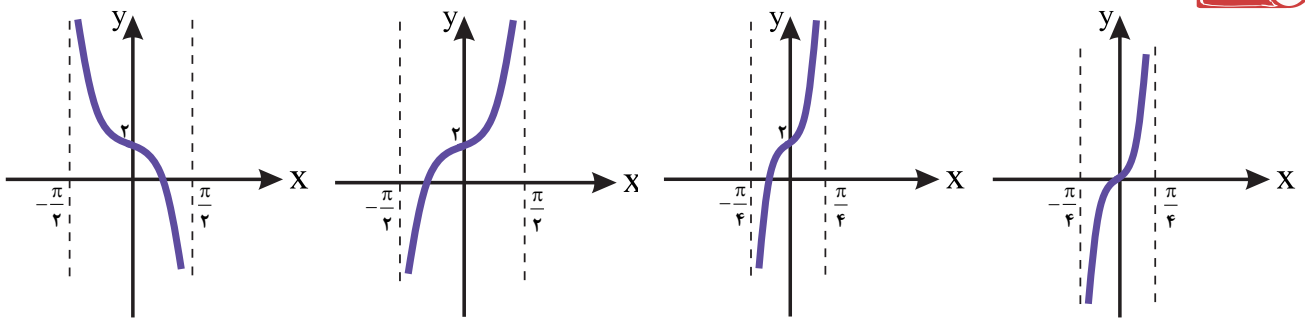
۱) $y=\tan(t-\frac{\pi}{۲})$

۲) $y=۳\tan t$

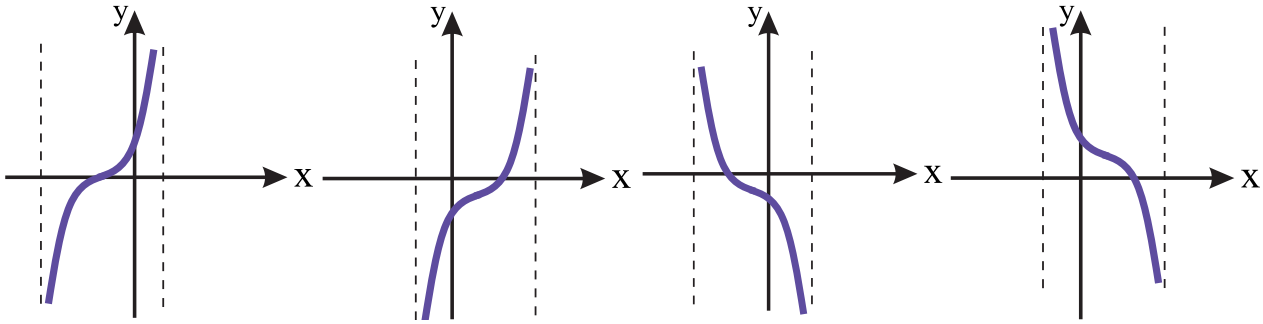
۳) $y=-\tan t+۱$

۴) $y=-۲\tan ۲t$

تست ۵۵- کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار تابع $y=۲+\tan ۲x$ است؟



تست ۵۶- نمودار تابع $f(x)=a\tan(ax-b)$ با شرط $b>۰$ در یک دوره تناوبش به کدام شکل ها می تواند باشد؟



۱) الف و ب

۲) پ و ت

۳) الف و پ

۴) ب و ت

تست ۵۷- نمودار تابع $y=\tan x$ و $y=\frac{۱}{۲}x$ در بازهٔ $[-۲\pi,۲\pi]$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می کنند؟

۱) دو نقطه

۲) سه نقطه

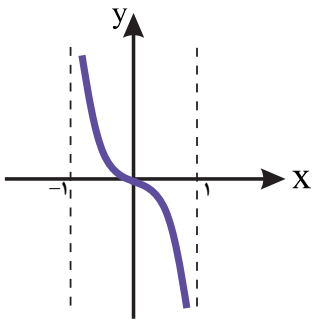
۳) یک نقطه

۴) چهار نقطه

تست ۵۸- مساحت مثلثی که از برخورد نمودار تابع تانژانت با محور xها در بازهٔ $\left(-\frac{\pi}{۲},\frac{۳\pi}{۲}\right)$ و خط $y=x+۳$ با محور yها حاصل می شود، کدام است؟

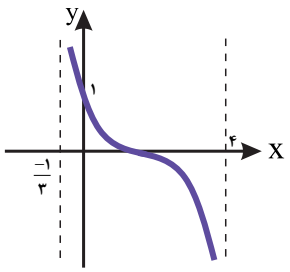
۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) π ۳) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۲}$

تست ۵۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=\tan ax$ به صورت مقابل است. a کدام است؟



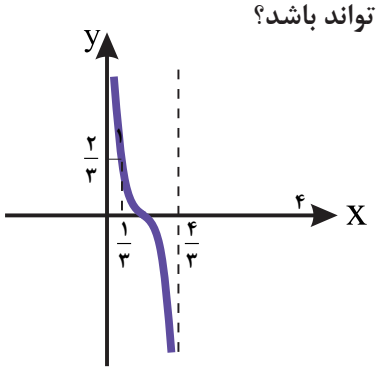
۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $-\frac{\pi}{۲}$ ۳) π ۴) $-\pi$

تست ۶۰- نمودار تابع $f(x)=\tan(ax+b)$ به شکل مقابل است. $a\times b$ کدام می تواند باشد؟



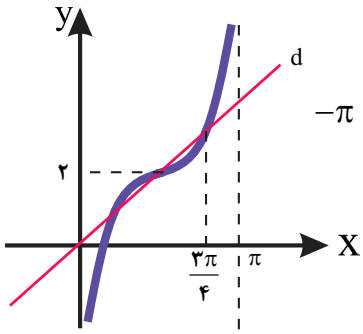
۱) $-\frac{\pi^۲}{۵۲}$ ۲) $\frac{\pi^۲}{۵۲}$ ۳) $-\frac{۳\pi^۲}{۵۲}$ ۴) $\frac{۳\pi^۲}{۵۲}$

تست ۶۱- نمودار تابع $y=a\tan(bx+\frac{۱}{۲})\pi$ مطابق شکل روبه رو است. a و b کدام می تواند باشد؟



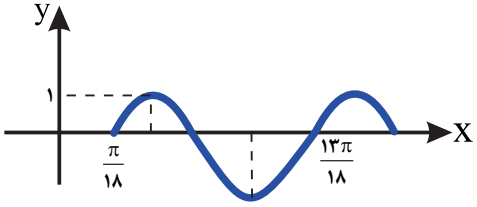
۱) $\left(-\frac{۲}{۳},\frac{۳}{۴}\right)$
۲) $\left(-\frac{۲}{۳},-\frac{۳}{۴}\right)$
۳) $\left(\frac{۲}{۳},\frac{۳}{۴}\right)$
۴) $\left(\frac{۱}{۲},۱\right)$

تست ۶۲- اگر خط d مطابق شکل از مرکز تقارن تابع $f(x)=a+b\tan(x-c)$ در یک دورهٔ تناوب آن بگذرد. حاصل abc کدام است؟



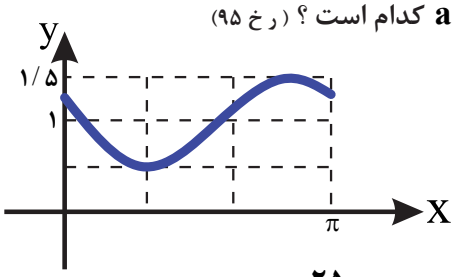
۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) π ۳) $-\frac{\pi}{۲}$ ۴) $-\pi$

تست ۶۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a - ۲\cos\left(bx + \frac{\pi}{۲}\right)$ است. $a + b$ کدام است ؟ (ر- ۹۵)



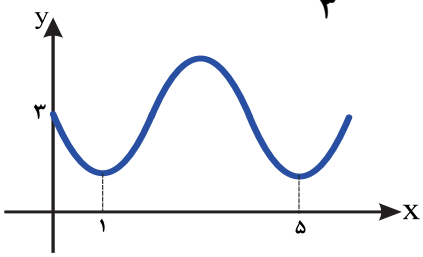
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

تست ۶۴- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = ۱ + a\sin\left(bx - \frac{\pi}{۶}\right)$ است. $a + b$ کدام است ؟ (ر خ ۹۵)



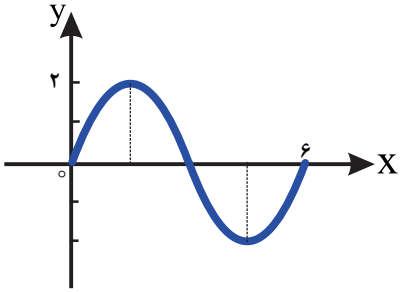
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

تست ۶۵- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است . مقدار y در نقطه $x = \frac{۲۵}{۳}$ کدام است ؟ (تجربی ۹۳)



۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۳

تست ۶۶- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a\sin(b\pi x)$ است . مقدار $a + b$ کدام است ؟ (سراسری تجربی خارج کشور ۹۳)



۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۷}{۳}$ ۴) $\frac{۸}{۳}$

تست ۶۷- معادله $\frac{\sqrt{x}}{\cos x} = ۱$ در بازه $(۰, ۳\pi)$ چند ریشه دارد ؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

تست ۶۸- معادله $x\sin x - ۱ = ۰$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چند ریشه حقیقی دارد ؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۵

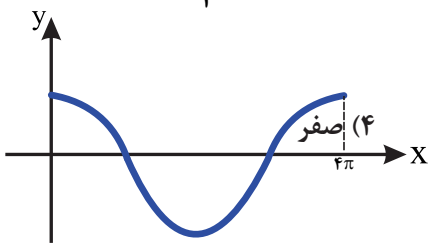
تست ۶۹- نمودار تابع به معادله $y = -۴\cos\left(\frac{\pi}{۴} - ۳\pi x\right)$ روی بازه $[-۱, ۱]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد ؟ (ت ۹۱)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تست ۷۰- اختلاف بیشترین و کمترین مقدار تابع f با ضابطه $f(x)=1-3\cos 2x$ کدام است؟

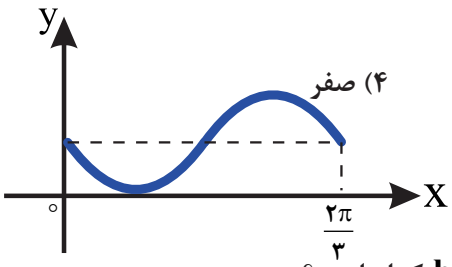
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

تست ۷۱- شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y=\frac{1}{2}+2\cos(mx)$ است . مقدار y در نقطه $x=\frac{16\pi}{3}$ کدام است ؟ (سراسری ریاضی ۹۶)



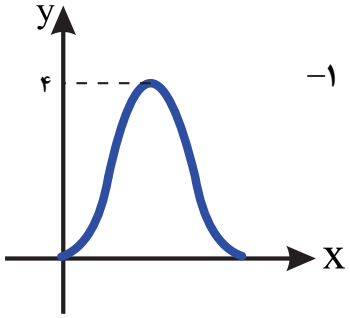
۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) صفر

تست ۷۲- شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y=1-\sin(mx)$ است.مقدار تابع در نقطه $x=\frac{7\pi}{6}$ کدام است ؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۶)



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

تست ۷۳- شکل مقابل نمودار تابع $y=a+b\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ در بازهٔ $(0,4)$ است. b کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۷)



۱) -2 ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) -1