

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = (x^f - 3x)^5$$

۱

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$$

۲

محیط هر دایره ای تابعی از مساحت آن است. آهنگ تغییرات محیط دایره را نسبت به مساحت آن برای دایره ای به مساحت 2π حساب کنید.

۳

مشتق پذیری تابع $f(x) = |x^2 - 4|$ را در $x = 2$ بررسی کنید.

۴

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

۵

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x^3 - 2x^2}$$

الف

$$g(x) = \sin^3(2x + 1)$$

ب

یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 9$ چقدر است؟

۶

مشتق پذیری تابع $f(x) = |x - 2|$ را در $x = 2$ بررسی کنید.

۷

اگر $f(x)$ تابعی مشتق پذیر در نقطه ای مانند a باشد نشان دهید $g(x) = f(x) + b$ نیز در نقطه a مشتق پذیر بوده و مشتق آن برابر است با $g'(a) = f'(a)$

۸

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = \frac{(2x - 5)^f}{5x^2 + 6x}$$

۹

$$g(x) = \cos\left(\pi + \frac{x}{f}\right) + \tan 3x$$

۱۰

$$h(x) = (7 + x^3) \times \sqrt{4x^2 + 7}$$

در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید.

۱۲ اگر $\left(\frac{1}{p}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}$ باشد، حدود x برابر است.

۱۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 - 2x - 5x^4)$ برابر با است.

۱۴ اگر $f'(2) = -1$ و $g'(2) = 3$ ، در این صورت $(2f + 3g)'(2)$ برابر با است.

۱۵ طول نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ برابر است.

۱۶ تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x < 0 \\ x^2 - 1 & ; x \geq 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید:

الف نشان دهید $f'(0)$ وجود ندارد.

ب ضابطه تابع مشتق را بنویسید.

پ نمودار تابع f' را رسم کنید.

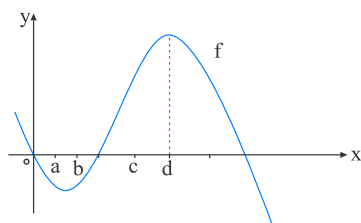
۱۷ دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = 2x + \sqrt{x}$ را مشخص کنید.

۱۸ اگر $f(x) = 1 - 2x^2$ باشد، $f'(-1)$ را با استفاده از تعریف مشتق به دست آورید.

۱۹ مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \geq 1 \\ 3x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

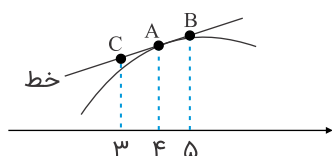
۲۰ آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x}{3} + 1$ را به ازای $x_1 = 2$ و $x_2 = 0$ به دست آورید.

۲۱ با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول‌های a, b, c و d را با مشتق‌های داده شده در جدول نظیر کنید.



x	$f'(x)$
	0
$a/5$	
2	
$-a/5$	

۲۲ برای تابع f در شکل زیر داریم $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 24$. باتوجه به شکل، مختصات نقاط A, B و C را بیابید.



۲۳ اگر $p(t) = 3000 + 100t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t بر حسب ساعت)،

الف آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۵ ساعت اول پس از زمان $t_0 = 2$ به دست آورید.

ب آهنگ لحظه ای جمعیت را در $t = 3$ به دست آورید.

جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.

۲۴ اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x) = x^2 + kx - 1$ بر $(x + 1)$ برابر ۲ باشد، مقدار k برابر با است.

۲۵ دوره تناوب تابع تانژانت برابر با است.

۲۶ مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ در نقطه‌ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد است.

۲۷ اگر تابع $y = f(x)$ در بازه $[a, b]$ صعودی باشد، علامت مشتق تابع f در این بازه است.

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۲۸
$$f(x) = \frac{(x - 2)^5}{x^2 - 3x}$$

۲۹
$$g(x) = \sqrt{x} \left(\frac{1}{x} \right)$$

۳۰
$$h(x) = \cos^2(5x) - \tan(x^3 - 4x)$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۳۱
$$f(x) = (x^3 - x^2 - 1)^5$$

۳۲
$$g(x) = \frac{x^5 - \sin x}{1 + \cos x}$$

۳۳
$$h(x) = (x - \sqrt{x} + 5)(\tan^{-1} x)$$

۳۴ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + 2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می‌کند به دست آورید.

جاهای خالی را با عدد و یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید.

۳۵ تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^3$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است.

۳۶ حد تابع $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ \frac{5x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & ; x \leq 0 \end{cases}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر با است.

۳۷ اگر $f'(2) = 3$ و $g'(2) = 5$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $(2g - f)'(2)$ برابر با است.

۳۸ شکل حاصل از دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن برابر با است.

۳۹ معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در نقطه‌ای به طول $x = \frac{1}{p}$ واقع بر منحنی به دست آورید.

درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۴۰ تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.

۴۱ تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در نقطه $x = 0$ مشتق‌پذیر است.

۴۲ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه $a < 0$ به دست آورید.

۴۳ با استفاده از تعریف، معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^2 + 2x + 3$ را در نقطه $x = 1$ به دست آورید.

۴۴ یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $x(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ تغییر متوسط جرم این توده در بازه زمانی $[3, 4]$ چقدر است؟

۴۵ مشتق تابع $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$ را به دست آورده و دامنه مشتق‌پذیری آن را مشخص کنید.

۴۶ آهنگ تغییر لحظه‌ای مساحت دایره به شعاع R در $R = 4$ را به دست آورید.

۴۷ مشتق تابع $f(x) = (1 + \sqrt{x})^3$ را به دست آورید و دامنه مشتق‌پذیری آن را مشخص کنید.

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۴۸ $y = \sqrt[3]{\cos x} + 2\sin^{-1}x$

۴۹ $y = (2x - x^3)^5 (\sqrt{2x})$

۵۰ آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه $x = 2$ چندبرابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = -1$ است؟

۵۱ نقاطی از نمودار تابع $f(x) = x^3 - 2x - 6$ را معین کنید که مماس بر منحنی در این نقاط، موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

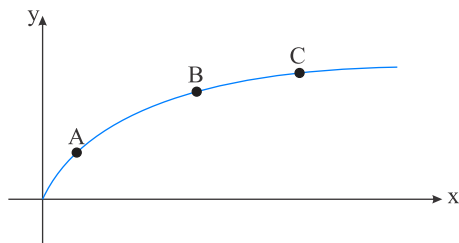
جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

۵۲ دوره تناوب تابع $y = 3 \cos\left(-\frac{\pi}{4}x\right)$ برابر با است.

۵۳ حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 5}{x - 2}$ برابر با است.

۵۴

باتوجه به شکل زیر، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه بزرگتر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.



۵۵

نقطه‌ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه نام دارد.

۵۶

مشتق‌پذیری تابع زیر را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.

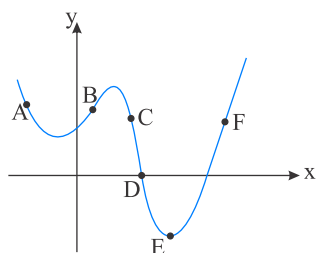
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & ; x \geq 1 \\ 3x + 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

۵۷

با استفاده از تعریف، مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x|x - 2|$ را در نقطه $x = 2$ مورد بررسی قرار دهید.

۵۸

باتوجه به نمودار داده‌شده، گزینه مناسب را انتخاب کنید.



الف

در کدام نقطه مماس افقی بر نمودار رسم می‌شود؟ (الف B (ب E

ب

شیب خط مماس در نقطه F چه علامتی دارد؟ (الف مثبت (ب منفی

پ

شیب خط مماس بر نمودار، در نقطه D نسبت به نقطه B چگونه است؟ (الف بیشتر (ب کمتر

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۵۹

اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیداً نزولی نیز است.

۶۰

سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ برای متحرکی با معادله حرکت $f(t) = t^2 + 3t$ برابر ۷ است.

مشتق توابع زیر را به دست آورید.

۶۱

$$f(x) = (2x^3 + \sqrt[3]{x} - 1)^4$$

۶۲

$$g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)$$

با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه داده شده به دست آورید.

۶۳

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \quad x = -1$$

معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 200t^2 - 50t$ می باشد.

۶۴

الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی $t = 0$ تا $t = 4$ به دست آورید.

ب) آهنگ لحظه‌ای تغییرات تابع را در نقطه $t = 3$ به دست آورید.

۶۵) مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه‌ای به طول $x = -1$ به دست آورید.

۶۶

۶۶) تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را برحسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (برحسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟

۶۷) اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ x & ; x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.

۶۸

۶۸) اگر $P(t) = 2000 + 500t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t برحسب ساعت)،

الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۴ ساعت اول پس از زمان $t_0 = 1$ به دست آورید.

ب

ب) آهنگ لحظه‌ای افزایش جمعیت را در $t = 2$ به دست آورید.

مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

۶۹

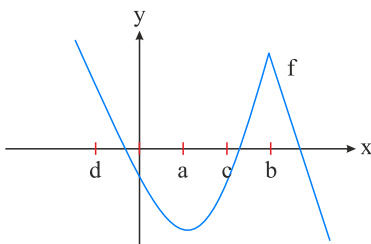
الف) $y = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x - 5}$

۷۰

ب) $y = \cos^2(-3x + 1)$

۷۱) با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۷۲



الف) طول نقطه‌ای که مماس در آن افقی است.

ب

ب) طول نقطه‌ای که مشتق در آن مقداری منفی است.

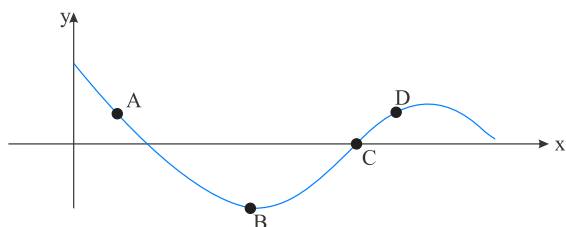
پ

پ) طول نقطه‌ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.

۷۲) مشتق تابع $y = \frac{1}{x}(2\sqrt{x} - 1)^4$ را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۷۳

شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲
نقطه				



مشتق توابع زیر را به دست آورید (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

الف) $f(x) = \left(\frac{x}{2x-1}\right)^5$

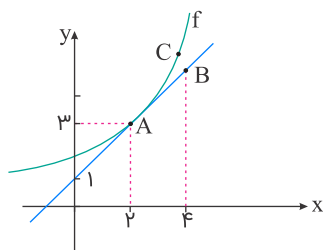
ب) $g(x) = x^2(\sqrt{x+1})$

با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در نقطه a محاسبه کنید.

معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ ، برحسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 4]$ باهم برابرند؟

اگر f و g توابع مشتق‌پذیر باشند و $f(2) = 3$ ، $f'(2) = 1$ ، $g(2) = -3$ و $g'(2) = 2$ ، مقادیر $(fg)'(2)$ و $(f+g)'(2)$ را به دست آورید.

در شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ و خط مماس بر منحنی آن در نقطه $x = 2$ داده شده است:



مشتق تابع $f(x)$ را در نقطه $x = 2$ بیابید.

معادله خط مماس بر نمودار تابع در نقطه A را بنویسید.

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 3x}$$

$$g(x) = (2x - 3)^6(x^2 + 5x)$$

۸۲

$$h(x) = \sin^3(2x) - \cos(x^2)$$

۸۳

با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + x$ را در $x = 3$ به دست آورید.

۸۴

مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف

$$f(x) = (x^2 + 1)^3 (5x - 1)$$

ب

$$g(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$$

مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

۸۵

$$f(x) = \sqrt{x(x-1)} + (x^3 + 2x)$$

۸۶

$$g(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \tan 5x}$$

۸۷

پاسخ هر عبارت ستون A را از بین گزینه های ستون B انتخاب کنید. (دو گزینه اضافه است).

ستون B	ستون A
الف) $(0, +\infty)$	۱) دامنه مشتق پذیری تابع $y = \sqrt{x}$ کدام است؟
	ب) $-\frac{1}{4}$
ج) $(0, +\infty)$	۲) شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = \frac{1}{x}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟
	د) $\frac{1}{4}$

۸۸

تابع $f(x) = x^2 + 5x + 4$ داده شده است.

الف

آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی $x = 3$ و $h = 1$ به دست آورید.

ب

شیب خط مماس بر نمودار تابع را در نقطه $x = 2$ به دست آورید.

۸۹

تابع $f(x) = x^2 + 2x - 1$ داده شده است.

الف آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از نقطه $x_1 = 1$ به $x_2 = 3$ تغییر کند، تعیین کنید.

ب آهنگ لحظه ای تغییر این تابع را در نقطه $x_0 = 2$ به دست آورید.

۹۰ شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = x^3 - 2x$ را در نقطه $x = 1$ به دست آورید.