ریاضی (۳) رشته‌ی تجربی

زنگ دوم :توابع صعودی و نزولی

توابع صعودی نزولی

تعاریف :

صعودی ⟵ $x_1 < x_2 \rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$

نزولی ⟵ $x_1 < x_2 \rightarrow F(x_1) \geq F(x_2)$

صعودی اکید ⟵ $x_1 < x_2 \rightarrow F(x_1) < F(x_2)$

نزولی اکید ⟵ $x_1 < x_2 \rightarrow F(x_1) > F(x_2)$

تذکر :

۱) هر تابع اکیدا صعودی ، خود یک تابع صعودی است .

۲) هر تابع اکیدا نزولی ، خود یک تابع نزولی است .

۳) تابع F را در یک بازه ، ثابت گوییم ، هرگاه به ازای تمام مقادیر X در این بازه ، $F(x)$ یک مقدار ثابت باشد ، تابع **ثابت** را ، تابعی هم **صعودی** و هم **نزولی** در نظر می‌گیریم .

نکته : مجموع دو تابع اکیدا صعودی ، تابعی اکیدا صعودی می‌باشد .

توابع خاص و مهمی که صعودی اند عبارتند از :

۱) $y = x^{۲n+۱}$

۲) تابع درجه دوم در بازه ای بعد از راس سهمی ← $\left[-\frac{b}{۲a}, +\infty\right)$

۳) توابع $y = a^x$ و $y = \log_a^x$ به ازای $a > ۱$

اگر تابع $y=F(x)$ اکیدا صعودی باشد ، کدام تابع زیر هم اکیدا صعودی ست ؟

۱) $|x|+F(x)$

۲) $xF(x)$

۳) $x+F(x)$

۴) $|x|F(x)$

تحلیل سوال :

با توجه به نکته ی قبل ، جمع دو تابع صعوودی اکید ، تابعی است صعودی اکید .

با توجه به اینکه $y = x$ نیز بخشی از تابع کلی $y = x^{2n+1}$ می‌باشد و خود تابع $y = F(x)$ نیز تابعی صعودی اکید است . ⟵ گزینه ۳ صحیح است .

تذکر : در مورد حاصل‌ضرب دو تابع صعودی نمی توان اظهار نظر کرد

در این مبحث چند تیپ سوال داریم :

تیپ اول :

این نوع تیپ سوالات ، در صورت سوال از ما میپرسه کدوم تابع صعودی(اکید) یا

نزولی(اکید) است و در هر گزینه یا یک نمودار به ما می‌دهد یا یک ضابطه ی تابع.

راه حل : باید بدانیم چه زمان این توابع این ویژگی ها را دارا اند .

صعودی ← هرگاه رو به پایین حرکت نکنیم.

نزولی ← هرگاه رو به بالا حرکت نکنیم.

صعودی اکید ← هرگاه همواره رو به بالا حرکت کنیم .

نزولی اکید ← هرگاه همواره رو به پایین حرکت کنیم .

اگر تابع $F = \{(۳,-۴),(۱,۶),(۲,۲m+۳)\}$ یک تابع نزولی اکید باشد انگاه در محدوده ی m چند عدد صحیح وجود دارد ؟

۱) ۳

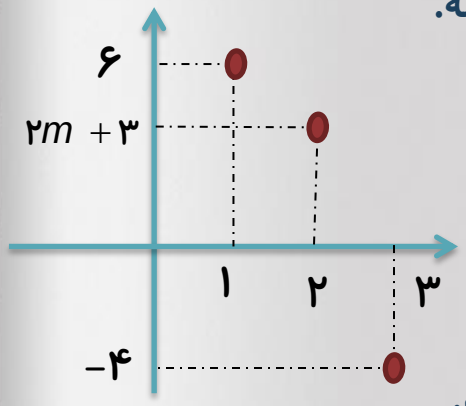
۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

تحلیل سوال :

در این سوالات ، کشیدن نمودار می‌تونه خیلی بهمون کمک کنه.



برای این که تابع اکیدا نزولی باشه ، با حرکت بر روی نمودار از چپ به راست ، باید همواره به سمت پایین حرکت کنیم . ← مقدار تابع در نقطه ی ۲ یعنی $۲m + ۳$ باید بین دو عدد ۶ و ۴- قرار گیرد .

$$-۴ < ۲m + ۳ < ۶ \longrightarrow -۳/۵ < m < ۱/۵$$

پس ۵ عدد صحیح در محدوده وجود دارد. ← گزینه ۳صحیح است .

تیپ دوم :

این نوع تیپ سوالات ، در صورت سوال ضابطه ی یک تابع را به صورت پارامتری به ما می‌دهد و یکی از چهار ویژگی را هم برای ان بیان می‌کند . بعد مقدار تابع را از ما می‌خواهد .

راه حل : اکثرا در این تیپ ضابطه های توابع خاص به ما داده می‌شود و ما باید نکات خاص ان ها را بدانیم .

مثال : توابع خطی به شکل $F(x)=ax+b$ اگر $a>0$ باشد اکیدا صعودی و اگر $a<0$ باشد اکیدا نزولی اند .

در تابع خطی نزولی $F(x)=ax+b$ اگر $F(ax+b)=4x+1$ باشد $F(1)$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۰

۳) -2

۴) -3

تحلیل سوال :

تابع خطی نزولی است ⟵ پس $a<0$

تابع $F(ax+b)$ تشکیل می‌دهیم. ⟵

$$F(ax+b)=a\left(ax+b\right)+b=a^{2}x+ab+b$$

$$F(ax+b)=4x+1$$

خب الان پس باید این معادله را حل کنیم ⟵ متحد قرار دادن

$$a^{2}=4 \xrightarrow{a<0} a=-2$$

$$ab+b=1 \xrightarrow{a=-2} -2b+b=1 \longrightarrow b=-1$$

$$F(x)=-2x-1 \longrightarrow F(1)=-3$$

گزینه ۴ صحیح است .

تیپ سوم : در این تیپ به ما ضابطه ی یک تابع و دامنه را می‌دهند و برد اون رو از ما می‌خواهند.

راه حل :در این تست ها باید ابتدا تشخیص بدیم که این تابع صعودی یا نزولی یا اکیدا صعودی یا اکیدا نزولی است یا نه . بعد از اون به سراغ نکته ی صفحه بعد می‌ریم .

نکته :

اگر تابع صعودی یا صعودی اکید باشد ⟵ اگر دامنه $[m, n]$ باشد برد تابع ما $[F(m), F(n)]$ می‌شود .

اگر تابع نزولی یا نزولی اکید باشد ⟵ اگر دامنه $[m, n]$ باشد برد تابع ما $[F(n), F(m)]$ می‌شود .