به نام خدا | تاریخ امتحان :

نام و نام خانوادگی : | مدت : ۱۲۰ دقیقه

سوالات آزمون ریاضی (۳) دوازدهم تجربی | ساعت شروع :

۱- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. ۱

الف) اگر f صعودی و g نزولی باشد، gof قطعاً غیر یکنوا است درست ☐ نادرست ☐

ب) مقدار $\sin 15^\circ$ برابر $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$ است درست ☐ نادرست ☐

پ) در تقسیم x^3-x^2-2x-1 بر $x+2$ باقیمانده ۹- است. درست ☐ نادرست ☐

ت) در توابع درجه دوم آهنگ متوسط در هر بازه با آهنگ لحظه‌ای در وسط بازه برابر است. درست ☐ نادرست ☐

۲- جملات زیر را با کلمات یا عبارات مناسب کامل کنید. ۱

الف) تابع $y=\sin x$ در دامنه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ در بازه‌ی ..... نزولی است.

ب) حاصل حد عبارت $\frac{3+\frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x}-5}$ وقتی که $x\to+\infty$ ، ..... است.

پ) اکسترمم نسبی و مطلق تابع $g(x)=-x^2$ و $x\in[-2,3]$ به ترتیب ..... و ..... است

۳- گزینه مناسب را انتخاب کنید. ۱

الف) چند تا از تساوی های روبرو درست است؟

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{[\sin x]}{x}=1 \qquad \text{و} \qquad \lim_{x\to 0^-}\frac{x}{[x]}=+\infty \qquad \text{و} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{[x]}{|x|}=+\infty$$

۱) صفر ☐ ۲) ۱ ☐ ۳) ۲ ☐ ۴) ۳ ☐

ب) توابع [x] و $\sqrt{x}$:

۱) در صفر پیوسته هستند اما $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود نیستند. ☐

۲) در صفر پیوسته نیستند بنابراین $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود نیستند. ☐

۳) در صفر پیوسته هستند و $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود هستند. ☐

۴) در صفر پیوسته نیستند اما $f'(0)$ و $g'(0)$ موجود هستند. ☐

پ) صفحه ای محور مخروط را با زاویه‌ای غیرقائم قطع می کند و با مولد موازی نیست سطح مقطع پدید آمده کدام است؟

۱) دایره ☐ ۲) بیضی ☐ ۳) سهمی ☐ ۴) هذلولی ☐

ت) چند تا از موارد زیر، یک افراز برای مجموعه داده شده هستند؟

- اعداد طبیعی ← اعداد اول و اعداد مرکب - اعداد صحیح ← اعداد فرد و مضارب ۲

- اعداد طبیعی ← مضارب ۳ و مضارب ۵

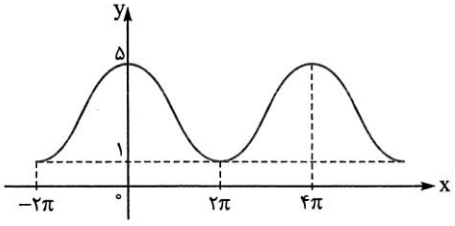
۱) ۱ ☐ ۲) ۲ ☐ ۳) ۳ ☐ ۴) صفر ☐

۴- اگر $f(x)=\begin{cases}3x+1 & x\geq -1\\ x-4 & x<-1\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases}\frac{x+1}{x-1} & x\geq 2\\ x^2+2 & x<2\end{cases}$ حاصل(۲-) $(fog-f^2)$ را بدست آورید. ۰/۵

«صفحه دوم ادامه سوالات»

۵- تابع $y = x^2 |x|$ در بازه‌ی $(a \text{ و } +\infty]$ صعودی است حداقل مقدار a را محاسبه کنید. — ۰/۵

۶- نمودار مقابل مربوط به تابع $y = a\cos bx + c$ است. ضابطه این تابع را به دست آورید. (a، b و c را بـه دست آورید). — ۱



۷- حاصل حدهای زیر را به دست آورید. — ۰/۷۵

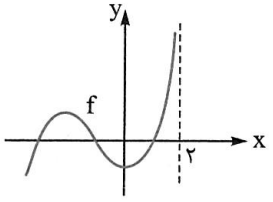
الف) $\lim\limits_{x \to 2^-} \frac{|x-2|}{x^2-x-2} =$

ب) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{1}{\cos x} =$

ج) $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^-} \frac{[x]-4}{|3x-1|} = 1$

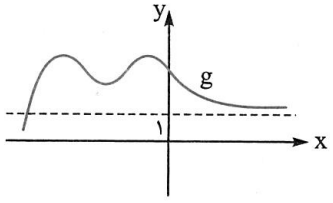
۸- برای نمودارهای زیر با توجه به خطوط عمودی و افقی رسم شده، حد بنویسید. — ۰/۵

الف)



(حد در ۲ = x)

ب)



(حد در $+\infty$)

۹- اگر داشته باشیم $f(\sqrt{x}) = x^2 - 4x + 3$ آن گاه حاصل f '(۲) را به دست آورید. — ۰/۷۵

۱۰- مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2+3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه x = ۱ بررسی کنید. — ۱

«صفحه سوم ادامه سوالات»

۱/۵ ۱۱- مشتق توابع زیر را حساب کنید (ساده کردن لازم نیست)

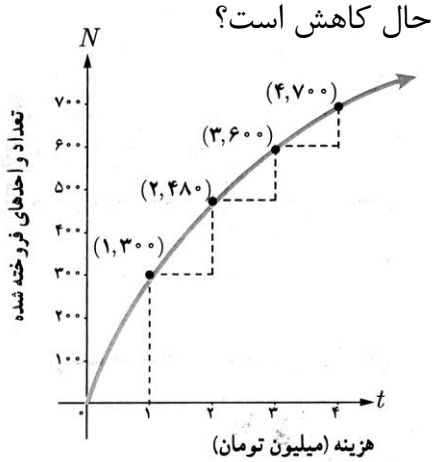
$$f(x)=(x^4-1)(x-1)^4$$

$$g(x)=\frac{x^3-5x+2}{\sqrt{2x+1}-2}$$

۱/۲۵ ۱۲- نمودار روبرو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا (N) پس از صرف t میلیون تومان هزینه برای تبلیغاست

الف) آهنگ تغییر N بر حسب t را وقتی t از ۰ تا ۱، ۱ تا ۲، ۲ تا ۳، و ۳ تا ۴ تغییر می کند به دست آورید.

ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی که مقادیر t افزایش می یابند، در حال کاهش است؟



۱/۲۵ ۱۳- برای تابع زیر ابتدا نقاط بحرانی را به دست آورید. سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم‌نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

$$h(x)=-x^3+3x+2$$

۱/۲۵ ۱۴- اگر نقطه (۱ و ۲) نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)=x^3+bx^2+d$ باشد مقادیر b و d را به‌دست‌آورید

۱ ۱۵- می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً یک لیتر باشد. ابعاد قوطی چه قدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود؟

۱۶- خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$، مرکز آن (۱- و ۴-) و طول قطر کوچک این لوزی ۶ واحد است. الف) طول قطر کانونی و فاصله‌ی کانونی آن را محاسبه کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر کوچک و قطر بزرگ و کانون‌های بیضی را پیدا کنید.	۱/۵
۱۷- معادله گسترده یک دایره به شکل $x^2+y^2+4x+4y-10=C$ استمختصات مرکز و اندازه شعاع آن را پیدا کنید و معادله آن را به شکل استاندارد بنویسید.	۱/۲۵
۱۸- معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن (۴ و ۰) و بر خط $3x-5y=4$ مماس باشد.	۱
۱۹- در یک جعبه ۴ ساعت دیواری از نوع A ، ۳ تا از نوع B و ۱۴ تا از نوع C وجود دارد و احتمال این که‌عمر آن ها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A ، $\frac{3}{5}$ برای نوع B ، $\frac{8}{10}$ و برای نوع C ، $\frac{1}{2}$ است. به‌تصادف یک ساعت از کارت بیرون می آوریم با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است.	۲
موفق باشید جمع بارم : ۲۰ نمره	