

سطح و حجم

حجم: مقدار فضایی که یک جسم اشغال می کند حجم نام دارد و حجم را با حرف v نشان می دهند.

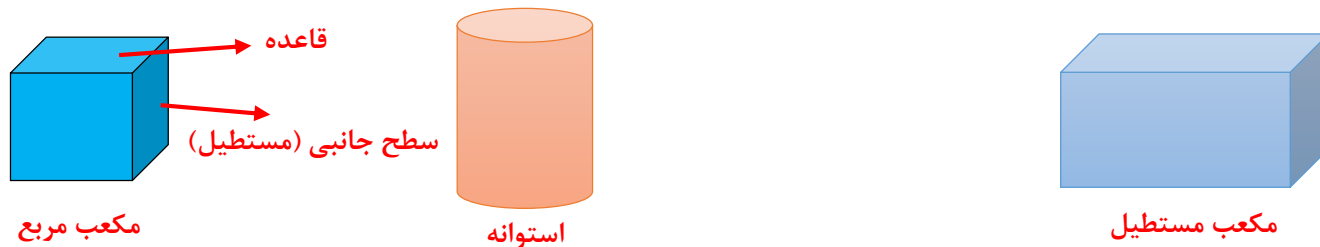
انواع حجم: (۱) حجم هندسی (۲) حجم غیر هندسی

حجم هندسی: دارای شکل ها و خواص مشخص و تعریف شده هستند.

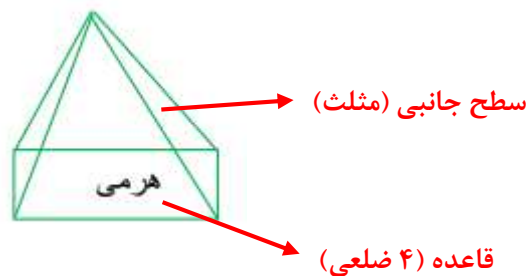
حجم غیر هندسی: دارای شکل ها و خواص مشخص و تعریف شده نیستند.

انواع حجم هندسی: (۱) حجم منشوری (۲) حجم مخروطی و هرمی (۳) حجم کروی

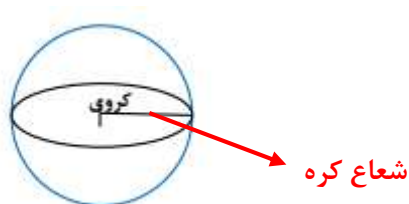
مشخصات حجم منشوری: دارای دو قاعده مساوی و سطح جانبی (کناری) از مستطیل تشکیل شده است:



مشخصات حجم مخروطی و هرمی: دارای یک قاعده (چند ضلعی) و سطح جانبی که از مثلث تشکیل شده در یک راس مشترک هستند:



مشخصات حجم کروی: گرد هستند. قاعده و زاویه ندارند:



سطح و حجم

اجزای شکل های منشوری: (۱) **قاعده**: دو سطح بالا و پایین را قاعده می گویند.

(۲) **وجه جانبی**: به سطح اطراف (کناری) وجه جانبی می گویند.

(۳) **یال**: از برخورد هر دو وجه یال به وجود می آید.

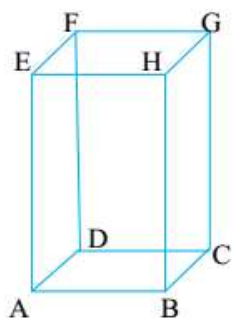
(۴) **راس**: محل برخورد هر سه وجه یا محل برخورد یال ها را راس می گویند.

(۵) **ارتفاع**: فاصله بین دو قاعده را ارتفاع می گویند.

نکته: برای تعداد یال یک شکل منشوری از رابطه مقابل استفاده می کنیم: $۳ \times \text{تعداد وجه} = \text{تعداد یال}$

نکته: برای تعداد راس یک شکل منشوری از رابطه مقابل استفاده می کنیم: $۲ \times \text{تعداد وجه} = \text{تعداد راس}$

مثال: با توجه به شکل داده شده به سوالات پاسخ دهید:



الف) تعداد قاعد و نام هر قاعده: **دارای دو قاعده** - $(ABCD, EFGH)$

ب) تعداد یال و نام دو یال را بنویسید: $۱۲ = ۴ \times ۳ = \text{تعداد یال}$ - (EH, HB)

ج) تعداد راس و نام سه راس را بنویسید: $۸ = ۴ \times ۲ = \text{تعداد راس}$ - (E, B)

د) تعداد کل وجه ها و تعداد وجه جانبی: **تعداد کل وجه ها ۶ وجه - تعداد وجه جانبی ۴ وجه**

ه) تعداد ارتفاع و نام دو ارتفاع را بنویسید: **تعداد ارتفاع ۴ تا** - $(AE - HB)$

مثال: در یک منشور ۱۰ پهلو:

تعداد وجه: ۱۰ وجه تعداد راس: $۲۰ = ۱۰ \times ۲$ تعداد یال: $۳۰ = ۱۰ \times ۳$ تعداد قاعده: ۲ تا

رابطه حجم منشوری: برای به دست آوردن حجم منشوری از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

رابطه به صورت کلامی: **ارتفاع $\times$ مساحت قاعده = حجم منشور**

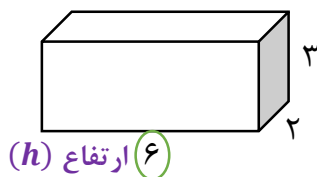
رابطه به صورت جبری: $v = s \times h$

سطح و حجم

مساحت مستطیل

$$v = s \times h$$

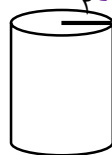
$$v = (2 \times 3) \times 6 = 36$$



مساحت دایره

$$v = s \times h$$

$$v = (2 \times 2 \times 3/14) \times 5 = 62/8$$



مثال: قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه که اضلاع قائم آن ۳ و ۴ سانتی متر است. اگر ارتفاع منشور ۸ سانتی متر باشد حجم منشور را به دست آورید.

$$v = s \times h \Rightarrow v = \left(\frac{3 \times 4}{2}\right) \times 8 \Rightarrow v = 6 \times 8 = 48 \text{ cm}^3$$

مثال: قاعده هر یک از منشورهای زیر از دید بالا چه شکلی است.

سه پهلو: مثلث

۵ پهلو: ۵ ضلعی

مکعب: مربع

استوانه: دایره

مساحت جانبی منشور: از مجموع سطح های جانبی منشور مساحت جانبی حاصل می شود:

رابطه به صورت کلامی: ارتفاع $\times$ محیط قاعده = مساحت جانبی

$$s = p \times h$$

رابطه به صورت جبری:

مثال: مساحت جانبی مکعب مستطیلی را به دست آورید که طول و عرض و ارتفاع آن به ترتیب ۵ و ۳ و ۴ سانتی متر باشد.

محیط مستطیل

$$s = p \times h \Rightarrow s = [(5 + 3) \times 2] \times 4 \Rightarrow s = 64 \text{ cm}^2$$

مساحت کل منشور: از مجموع مساحت جانبی و مساحت دو قاعده مساحت کل منشور حاصل می شود:

رابطه به صورت کلامی: مساحت دو قاعده + مساحت جانبی = مساحت کل

$$S = s + \text{دو قاعده}$$

رابطه به صورت جبری:

مثال: شعاع قاعده استوانه ۳ سانتی متر و ارتفاع آن ۱۰ سانتی متر است. مساحت کل استوانه چند سانتی متر مربع است.

$$s = p \times h$$

$$S = \pi r^2$$

$$S = s + \text{دو قاعده}$$

$$s = (6 \times 3/14) \times 10 = 188/4$$

$$S = 3 \times 3 \times 3/14 = 28/26$$

$$S = 188/4 + 56/52$$

$$s = 188/4 \text{ cm}^2$$

$$S = 28/26 \times 2 = 56/52 \text{ cm}^2$$

$$S = 244/92 \text{ cm}^2$$