

فصل هفتم ریاضی پایه هفتم: توان و جذر

برای مختصر نویسی ضرب های تکراری هر عدد از توان استفاده می کنیم.

$$4 = \times \times \times \text{ می خوانیم } 5 \text{ به توان } 4$$

عدد ۵ را پایه و عدد ۴ را توان می گویند.

هر عددی که توان نداشته باشد توان آن عدد یک است.

$$7 = 7^1$$

$$-12 = (-12)^1$$

$1^{11399} = 1$ عدد ۱ به هر توانی برسد، حاصل مساوی یک می شود.

هر عدد (بجز صفر) که بتوان صفر برسد، حاصل ۱ می شود.

$$6^0 = 1 \quad (-15)^0 = 1 \quad \left(\frac{6}{11}\right)^0 = 1$$

نقش پرانتز در پایه های منفی و کسری بسیار مهم است مانند:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$$

$$\frac{3^3}{4} = \frac{3 \times 3 \times 3}{4} = \frac{27}{4}$$

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

$$-5^2 = -5 \times 5 = -25$$

نقش پرانتز در عبارت های جبری نیز بسیار مهم است.

$$ab^4 = a^1 b^4$$

$$(ab)^4 = a^4 b^4$$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$$

نکته: توان دوم یک عدد را مجذور یا مربع و توان سوم آن عدد را مکعب آن عدد می گویند.

$$2 - \text{یعنی مربع } 5 - \text{که میشود} \ll 5 \times 5 = 25$$

$$4^3 \text{ یعنی مکعب عدد } 4 \text{ که می شود} \ll 4 \times 4 \times 4 = 64$$

حق تقدم در محاسبات ریاضی

(۱) پرانتز (۲) توان یا جذر (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق

$$\begin{aligned} 2 \times 3^2 - (4^2 - 6^2)^{10} - 27^2 &= 2 \times 3^2 - (1)^{10} - 27^2 \\ &= 2 \times 9 - 1 - 1 \\ &= 18 - 1 - 1 \\ &= 16 \end{aligned}$$

قوانین توان:

(۱) در ضرب عددهای توان دار با پایه های مساوی، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(۲) در ضرب عددهای توان دار با توان های مساوی، یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم. $a^m \times b^m = (a \times b)^m$

$$2^9 \times 4^9 = 8^9 \qquad (-7)^{10} \times (-7)^2 = (-7)^{12}$$

مثال) اگر $2^8 = 256$ باشد حاصل ۲ به توان ۱۱ را به دست آورید؟

$$2^{11} = 2^2 \times 2^9 = 4 \times 256 = 1024$$

مثال) $3^a = 4$ باشد انگاه حاصل 3^{a+2} را به دست آورید؟

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

جذر و ریشه ی دوم:

در تساوی $5^2 = 25$ و $(-5)^2 = 25$ عدد ۲۵ را مجذور ۵ و -۵ گویند. در نتیجه عددهای های

۵ و -۵ را ریشه ی دوم ۲۵ گویند و با نماد $\sqrt{\quad}$ نشان می دهیم.

مثال) ریشه های دوم ۴۹ برابر است با ۷ و -۷

$$\sqrt{49} = 7 \quad -\sqrt{49} = -7$$

عددهای منفی جذر ندارند. زیرا هیچ عددی وجود ندارد که وقتی مجذور شد، حاصل عددی منفی باشد.

در جذر گیری، از مقدار مثبت آن استفاده می کنیم.

جذر عدد صفر، خود صفر است و جذر عدد ۱ خود ۱ است.

عددهایی که مجذور یک عدد صحیح باشند، جذر کامل یا جذر دقیق دارند مانند:

... و ۱۲۱ و ۱۰۰ و ۸۱ و ۶۴ و ۴۹ و ۳۶ و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

جذر تقریبی: ابتدا تعیین می کنیم که عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد، سپس اگر به عدد کوچکتر نزدیک تر بود با اضافه کردن ۰/۱ و محاسبه ی مجذور عدد ایجاد شده جذر

تقریبی را به دست می آوریم و اگر به عدد بزرگ تر نزدیک تر بود با کم کردن ۰/۱ و محاسبه مجذور عدد ایجاد شده، جذر تقریبی را به دست می آوریم.

مثال: جذر تقریبی ۲۹ را به دست آورید.

$$\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 ۵ ۶

۷۲۹ بین دو عدد صحیح ۶ و ۵ قرار دارد اما به عدد ۵ نزدیک تر است. به کمک جدول زیر جذر تقریبی ۲۹ را پیدا می کنیم.

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
جذر	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۹/۰۹	۲۹/۱۶

$\sqrt{29} \approx 5/4$

مثال) جذر تقریبی ۵۹ را به دست آورید؟

$$\sqrt{49} < \sqrt{59} < \sqrt{64} \Rightarrow 7 < \sqrt{59} < 8 \Rightarrow$$

عدد	۸	۷/۹	۷/۸	۷/۶
جذر	۶۴	۶۲/۴۱	۶۰/۸۴	۵۷/۷۶

$\Rightarrow \sqrt{59} \approx 7/6$

نکته: یکی از کاربردهای جذر در مساحت شکل های هندسی مانند مربع و دایره است.

مثال) مساحت مربعی ۸۱ متر مربع است اندازه هر ضلع مربع چقدر است؟ $\sqrt{81}=9$

مثال) مساحت دایره ای ۵۰/۲۴ متر مربع است اندازه شعاع دایره را بدست آورید؟

$$\Rightarrow 50/24 = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times 3/14$$

$$\Rightarrow \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \frac{50/24}{3/14} = 16$$

$$\Rightarrow \text{شعاع} = \sqrt{16} = 4 \text{ متر}$$

$$\text{مساحت دایره} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times 3/14$$

نکته: در ضرب و تقسیم اعداد زیر رادیکال می توان از هر عدد جداگانه جذرگیری کرد، اما در جمع و تفریق چنین نیست.

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4$$

$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

$$\begin{cases} \sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16} \\ \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \end{cases}$$