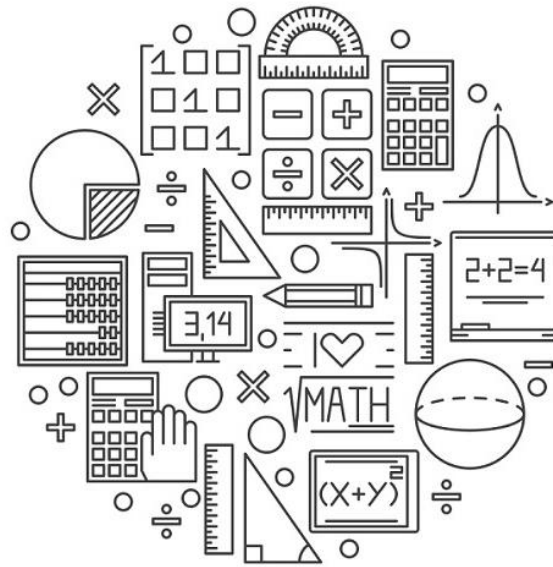


# ریاضیات هفتم

## جزوه آموزشی فصل ۹ (آمار و احتمال)



# فصل نه

## آمار و احتمال



### روش‌های آمارگیری

در علم آمار، با یک سری اطلاعات سر و کار داریم. این اطلاعات را داده‌های آماری می‌نامیم. هدف علم آمار این است که از این اطلاعات، نتیجه‌گیری‌های قابل فهمی به دست آوریم. فرض کنید وزن دانش‌آموزان پایه‌ی اول متوسطه شهر تهران را اندازه گرفته‌ایم و به ۹۰۰۰۰ عدد مختلف رسیده‌ایم. به نظر شما برای ارائه‌ی نتیجه‌ی کار به وزیر آموزش و پرورش، بهتر است این ۹۰۰۰۰ عدد را در یک کاغذ بنویسیم و به او بدهیم یا میانگین آن‌ها را که یک عدد است، به او بدهیم؟ مسلماً عمل دوم بهتر است و وزیر هم با یک نگاه به عدد میانگین وزن دانش‌آموزان تهران می‌تواند بفهمد که دانش‌آموزان تهرانی سوءتغذیه دارند یا پرخوری می‌کنند.

هم‌چنین فرض کنید میزان تولید گندم ۱۵ استان کشور را گردآوری کرده‌ایم. اگر این اعداد را در یک جدول بنویسیم و به فردی نشان دهیم بهتر می‌تواند آن‌ها را مقایسه کند یا اگر آن‌ها را در یک نمودار دایره‌ای نشان دهیم؟ در اکثر موارد نمودار بهتر است؛ زیرا اکثر مردم شکل را خیلی راحت‌تر از تعدادی عدد و رقم درک می‌کنند.

آمارگیری به دو روش انجام می‌شود:

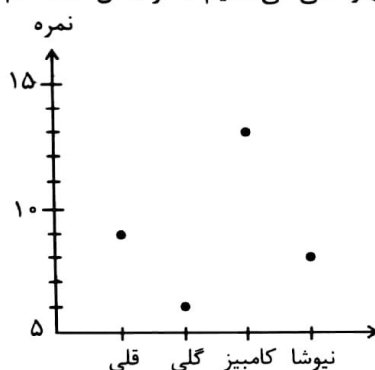
① سرشماری: در این روش تمام اعضای جامعه‌ی آماری مورد مطالعه قرار می‌گیرند. مثلاً اگر بخواهیم میانگین وزن دانش‌آموزان مدرسه‌ای را با این روش حساب کنیم، باید وزن تمام آن‌ها را اندازه‌گیری کنیم. این روش وقت‌گیر و گران است اما در عوض دقیق است.

② نمونه‌گیری: در این روش تعدادی از اعضای جامعه‌ی آماری را به تصادف انتخاب می‌کنیم و آن‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. مثلاً اگر بخواهیم میانگین وزن دانش‌آموزان مدرسه‌ای را با این روش حساب کنیم، باید تعدادی از آن‌ها را به طور اتفاقی انتخاب کنیم و فقط وزن آن‌ها را اندازه‌گیری کنیم. این روش سریع و ارزان است اما خطا دارد و دقیق نیست. در این روش باید سعی کنیم نمونه‌گیری که انجام می‌دهیم تا حد ممکن پراکنده باشد تا عدد به دست آمده معنی‌دار باشد. مثلاً در مورد مثال مدرسه باید دانش‌آموزان را از تمام کلاس‌ها و سن‌ها انتخاب کنیم، نه این که آن‌ها را فقط از یک کلاس خاص انتخاب کنیم.

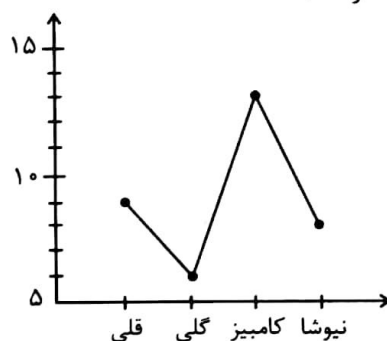
### نمودار اطلاعات

برای بهتر بررسی کردن یک سری اطلاعات عددی، می‌توان نمودار آن‌ها را هم رسم کرد. خوبی نمودار تصویری این است که با یک نگاه به آن می‌توان بسیاری از حقایق مربوط به داده‌ها را فهمید، چیزی که با جدول و عدد به این آسانی نمی‌توان فهمید. از بین انواع مختلف نمودارها، به نمودارهای نقطه‌ای، خط‌شکسته، میله‌ای و دایره‌ای اشاره می‌کنیم. نمودارهای مختلف معمولاً دو محور دارند که روی هر محور یک جزء اطلاعات نشان داده می‌شود. برای یادگیری انواع نمودارها، یک مثال حل می‌کنیم. فرض کنید نمره‌ی قلی، گلی، کامبیز و نیوشا به ترتیب ۹، ۶، ۱۳ و ۸ باشد. نمودارهای مربوط به این نمره‌ها به صورت زیر است:

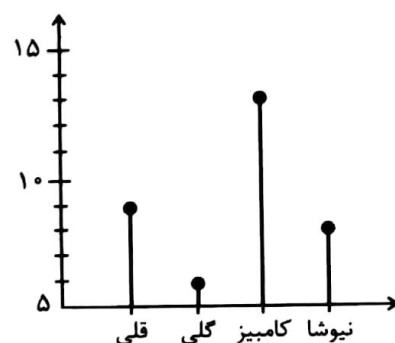
① نمودار نقطه‌ای: در این نمودار هر قسمت اطلاعات که از دو جزء بر روی دو محور تشکیل شده است را با یک نقطه نشان می‌دهیم (از دو محور دو خط عمودی و افقی می‌کشیم تا در محل نقطه هم‌دیگر را قطع کنند).



② نمودار خط‌شکسته: در همان نمودار قبلی اگر نقاط را به ترتیب با یک خط به هم وصل کنیم، هم نقاط گم نمی‌شوند و هم مقایسه افزایش یا کاهش مقدارها راحت‌تر است.



③ نمودار میله‌ای: اگر در نمودار نقطه‌ای هر نقطه را به محور افقی با یک خط متصل کنیم، پیدا کردن بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار ساده‌تر می‌شود.



## جزوه آموزشی ریاضیات هفتم

### فصل نه: آمار و احتمال

|        |    |                |
|--------|----|----------------|
| قلی    | ۹  | $? = 9^\circ$  |
| کلی    | ۶  | $? = 6^\circ$  |
| کامبیز | ۱۳ | $? = 13^\circ$ |
| نیوشا  | ۸  | $? = 8^\circ$  |
| مجموع  | ۳۶ | $36^\circ$     |



④ نمودار دایره‌ای: در این نمودار به هر عدد متناسب با میزان آن، کسری از دایره را نسبت می‌دهیم. به این صورت که نسبت هر عدد را مساوی خود آن و مجموع نسبت‌ها را مساوی  $36^\circ$  می‌گذاریم و با جدول تناسب، زاویه‌ی قطاع مربوط به هر عدد را به‌دست می‌آوریم.

### میانگین

در علم آمار، عملیات مختلفی روی داده‌های آماری انجام می‌شود که از بین آن‌ها تنها به میانگین می‌پردازیم. میانگین چند عدد مساوی است با مجموع آن اعداد تقسیم بر تعدادشان. تعریف میانگین را (مثل تمام فرمول‌های سه قسمتی) می‌توانیم با یک مثلث نشان دهیم:



از این مثلث ۳ رابطه به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

$$\text{تعداد} = \frac{\text{مجموع}}{\text{میانگین}}$$

$$\text{تعداد} \times \text{میانگین} = \text{مجموع}$$

**مثال:** میانگین اعداد زیر را به‌دست آورید.

$$2/5, 4, 6, 3/5, 10, 4, 6/5, 7, 4, 2/5$$

**حل:**

$$\text{مجموع} = 2/5 + 4 + 6 + 3/5 + 10 + 4 + 6/5 + 7 + 4 + 2/5 = 50$$

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{50}{10} = 5$$

**مثال:** میانگین نمرات ریاضی کلاس (الف) مساوی ۱۵ و میانگین نمرات ریاضی کلاس (ب) مساوی ۱۸ است. اگر تعداد دانش‌آموزان کلاس (الف)، ۲۰ نفر و تعداد دانش‌آموزان کلاس (ب)، ۱۵ نفر باشد، میانگین نمرات ریاضی هر دو کلاس روی هم چه‌قدر است؟ (گردشده با تقریب کمتر از ۰/۱)

**حل:**

$$\text{مجموع نمرات کلاس (الف)} = \text{تعداد} \times \text{میانگین} = 15 \times 20 = 300$$

$$\text{مجموع نمرات کلاس (ب)} = \text{تعداد} \times \text{میانگین} = 18 \times 15 = 270$$

$$\text{میانگین کل} = \frac{\text{مجموع کل}}{\text{تعداد کل}} = \frac{300 + 270}{20 + 15} = \frac{570}{35} \approx 16/3$$

مثال: میانگین سه عدد ۵۰ است. اگر میانگین دو تای آن‌ها ۳۰ باشد، عدد سوم چند است؟

حل:

$$۱۵۰ = ۵۰ \times ۳ = \text{تعداد} \times \text{میانگین} = \text{مجموع سه عدد}$$

$$۶۰ = ۳۰ \times ۲ = \text{تعداد} \times \text{میانگین} = \text{مجموع دو عدد}$$

$$۹۰ = ۱۵۰ - ۶۰ = \text{عدد سوم}$$

مثال: میانگین a و b و c مساوی ۱۵ است. میانگین a+۲ و b+۱۰ و c-۳ چند است؟

حل:

$$a + b + c = ۱۵ \times ۳ = ۴۵$$

$$\text{میانگین جدید} = \frac{(a+۲) + (b+۱۰) + (c-۳)}{۳} = \frac{a+b+c+۹}{۳} = \frac{۴۵+۹}{۳} = \frac{۵۴}{۳} = ۱۸$$

مثال: میانگین ۱۰ نمره‌ی قلی ۱۲ شده است. او فهمید که در این میانگین‌گیری، یکی از نمره‌ها را اشتباهی به جای ۱۵،

۱۰ حساب کرده است. میانگین واقعی چه قدر است؟

حل:

$$۱۲۰ = ۱۲ \times ۱۰ = \text{مجموع غیرواقعی}$$

$$۱۲۵ = ۱۲۰ + ۵ = \text{مجموع واقعی}$$

$$\text{میانگین واقعی} = \frac{۱۲۵}{۱۰} = ۱۲/۵$$

مثال: میانگین ۹ نمره‌ی قلی ۱۵ است. نمره‌ی دهم را چند بگیرد تا میانگین کل ۱۰ نمره‌اش مساوی ۱۵/۵ شود؟

حل:

$$۱۳۵ = ۱۵ \times ۹ = \text{مجموع ۹ نمره}$$

$$۱۵۵ = ۱۵/۵ \times ۱۰ = \text{مجموع ۱۰ نمره}$$

$$۲۰ = ۱۵۵ - ۱۳۵ = \text{نمره‌ی دهم}$$

مثال: میانگین ۱۰ عدد ۱۵ است. اگر اعداد ۲۰ و ۱۲ را از بین آن‌ها کنار بگذاریم، میانگین بقیه چند می‌شود؟

حل:

$$۱۵۰ = ۱۵ \times ۱۰ = \text{مجموع ۱۰ عدد}$$

$$۱۱۸ = ۱۵۰ - (۲۰ + ۱۲) = \text{مجموع ۸ عدد}$$

$$\text{میانگین ۸ عدد} = \frac{۱۱۸}{۸} = ۱۴/۷۵$$

مثال: اگر به مجموع ۱۰ عدد، ۳۰ واحد اضافه شود، به میانگین‌شان چه قدر اضافه می‌شود؟

حل:

$$\frac{۳۰}{۱۰} = ۳$$

پس به میانگین ۳ واحد اضافه می‌شود.

## جزوه آموزشی ریاضیات هفتم

### فصل نه : آمار و احتمال

**نکته:** اگر در یک سری داده‌ی آماری، سر تمام داده‌ها یک بلای یکسان (از نوع ۴ عمل اصلی) بیاوریم، سر میانگین هم همان بلا می‌آید!

**مثال:** اگر میانگین  $x_1$  و  $x_2$  و ... و  $x_n$  مساوی  $\bar{x}$  باشد، میانگین  $2x_1 + 2$  و  $2x_2 + 2$  و ... و  $2x_n + 2$  را بر حسب  $\bar{x}$  بیابید.

**حل:**

چون تمام داده‌ها در ۳ ضرب و با ۲ جمع شده‌اند، میانگین هم در ۳ ضرب و با ۲ جمع می‌شود.  $2\bar{x} + 2 =$  میانگین جدید

**مثال:** اگر میانگین  $3x_1 - 5$  و  $3x_2 - 5$  و ... و  $3x_n - 5$  مساوی ۵۵ باشد، میانگین  $x_1$  و  $x_2$  و ... و  $x_n$  چند است؟

**حل:**

چون تمام داده‌ها را به علاوه‌ی ۵ و تقسیم بر ۳ کرده‌ایم، میانگین هم به علاوه‌ی ۵ و تقسیم بر ۳ می‌شود.

$$\text{جواب} = \frac{55 + 5}{3} = 20$$

**نکته:** میانگین اعداد دنباله منظم (یعنی دنباله‌ای که فاصله‌ی اعداد آن مساوی است) مساوی است با:

$$\frac{\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}}{2}$$

که این عدد مساوی عدد وسطی (به شرط فرد بودن تعداد اعداد) یا میانگین دو عدد وسطی (به شرط زوج بودن تعداد اعداد) است.

**مثال:** میانگین اعداد طبیعی بین ۲۰ و ۴۵ چند است؟

**حل:** این اعداد عبارتند از:

$$21, 22, 23, \dots, 44$$

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{21 + 44}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$$

**مثال:** میانگین ۵ عدد طبیعی متوالی ۴۰ است. آن‌ها را بیابید.

**حل:**

$$40 = \text{عدد وسط} = \text{میانگین}$$

$$\text{اعداد: } 38, 39, 40, 41, 42$$

**مثال:** مجموع ۱۰ عدد فرد متوالی ۴۰۰ است. عدد ششم چند است؟

**حل:**

$$\text{میانگین دو عدد وسطی} = \frac{400}{10} = 40 = \text{میانگین}$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = 41 \Rightarrow 39, 41: \text{ عدد پنجمی و ششمی}$$

$$10, 13, 16, 19, \dots$$

**مثال:** میانگین اعداد دنباله‌ی مقابل ۶۷ است. تعداد آن‌ها چند تا است؟

**حل:**

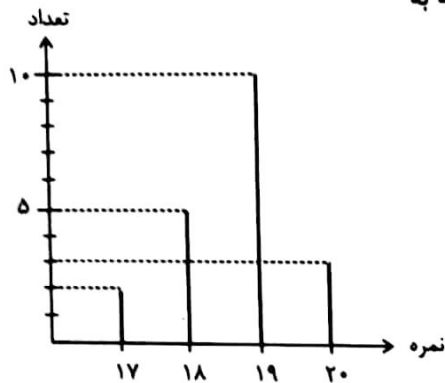
$$124 = \text{عدد آخر} \Rightarrow 134 = \text{عدد آخر} + 10 \Rightarrow 67 = \frac{\text{عدد آخر} + 10}{2} = \text{میانگین}$$

$$39 = 38 + 1 = \frac{124 - 10}{3} + 1 = \text{تعداد اعداد دنباله منظم}$$

## جزوه آموزشی ریاضیات هفتم

### فصل نه: آمار و احتمال

**مثال:** نمودار مقابل نمرات درس ریاضی یک کلاس را نشان می‌دهد. با توجه به آن به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) تعداد دانش‌آموزان کلاس چند تا است؟

ب) چند نفر نمره‌ی بالاتر از 17 گرفته‌اند؟

پ) چند درصد نمره‌ی 20 گرفته‌اند؟

ت) چه کسری نمره‌ی 19 گرفته‌اند؟

ث) میانگین نمره‌ها چند است؟

**حل:**

الف) 2 نفر نمره‌ی 17، 5 نفر نمره‌ی 18، 10 نفر نمره‌ی 19 و 3 نفر نمره‌ی 20 گرفته‌اند.

$$\text{تعداد کل} = 2 + 5 + 10 + 3 = 20 \text{ نفر}$$

$$5 + 10 + 3 = 18$$

ب)

$$\frac{3}{20} \times 100 = 15\% \Rightarrow 15\% \text{ جواب}$$

پ)

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

ت)

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع نمرات}}{\text{تعداد نمرات}} = \frac{2 \times 17 + 5 \times 18 + 10 \times 19 + 3 \times 20}{20} = \frac{34 + 90 + 190 + 60}{20} = \frac{374}{20} = 18.7$$

ث)

### اصل ضرب

چون برای حل مسائل احتمال، نیاز است تعداد کل حالات را حساب کنیم، در این قسمت اصل ضرب را برای شمردن تعداد حالت‌ها معرفی می‌کنیم.

**تعریف:** فرض کنید 3 رنگ شلوار و 2 رنگ پیراهن داریم. اگر بخواهیم شلوار و پیراهن بپوشیم، برای انتخاب شلوار 3 راه و برای انتخاب پیراهن 2 راه داریم. پس کلاً به  $3 \times 2 = 6$  طریق می‌توانیم شلوار و پیراهن بپوشیم (زیرا هر کدام از 3 شلوار را می‌توانیم با هر کدام از 2 پیراهن بپوشیم). این، بیان اصل ضرب است. اصل ضرب به ما می‌گوید که اگر بخواهیم تعداد حالات انجام یک کار را به‌دست آوریم، باید تعداد حالات انجام قسمت‌های مختلف آن کار را در هم ضرب کنیم.

**مثال:** چند عدد سه رقمی فرد داریم؟

**حل:**

برای تولید عدد سه رقمی باید یکان و دهگان و صدگان آن را بنویسیم. برای نوشتن صدگان 9 حالت داریم (ارقام 1 تا 9 را می‌توانیم استفاده کنیم). برای نوشتن دهگان 10 حالت داریم (ارقام 0 تا 9 را می‌توانیم استفاده کنیم) و در نهایت برای نوشتن یکان، 5 حالت داریم (ارقام 1 و 3 و 5 و 7 و 9 را می‌توانیم استفاده کنیم). بنابراین برای انجام هر سه کار، یعنی نوشتن یک عدد سه رقمی فرد  $9 \times 10 \times 5 = 450$  حالت مختلف داریم. پس تعداد اعداد سه رقمی فرد هم 450 است.

یکان دهگان صدگان

برای حل این‌گونه مسائل بهتر است برای هر رقم (یکان، دهگان، صدگان و ...) یک مربع بکشیم:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & 10 & 5 \\ \hline \end{array} = 9 \times 10 \times 5 = 450$$

**مثال:** با ارقام ۲ و ۳ و ۶ و ۷ و ۹ چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت، در صورتی که:

(الف) تکرار ارقام مجاز باشد (یعنی عدد بتواند ارقام تکراری داشته باشد).

(ب) تکرار ارقام مجاز نباشد (یعنی عدد نتواند ارقام تکراری داشته باشد).

**حل:**

(الف) هر کدام از ۵ رقم را در هر یک از مکان های دهگان و صدگان می توان استفاده کرد و در یکان می توان ارقام ۲ یا ۶ را گذاشت. پس داریم:

یکان دهگان صدگان

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 2 \\ \hline \end{array} = 5 \times 5 \times 2 = 50$$

(ب) اول تکلیف یکان را برای زوج بودن مشخص می کنیم. برای زوج بودن، یکان باید یکی از ارقام ۲ یا ۶ باشد. پس ۲ حالت داریم. حال به سراغ صدگان می رویم. صدگان می تواند هر کدام از ارقام ۲ و ۳ و ۶ و ۷ و ۹ باشد اما چون یکی از این ارقام قبلاً برای نوشتن یکان استفاده شده و دیگر نمی توانیم آن را استفاده کنیم، پس صدگان ۴ حالت دارد. به همین طریق برای نوشتن دهگان هر کدام از ارقام ۲ و ۳ و ۶ و ۷ و ۹ را می توان استفاده کرد، اما چون ۲ رقم از این ارقام قبلاً برای نوشتن یکان و صدگان استفاده شده و دیگر نمی توانیم از آن ها استفاده کنیم، پس دهگان ۳ حالت دارد. جواب عبارت است از:

یکان دهگان صدگان

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

### احتمال

**۱ اتفاق یا پیشامد:** رویدادی است که قرار است اتفاق بیفتد.

پیشامدها سه دسته هستند:

① **پیشامدهای قطعی:** این پیشامدها حتماً اتفاق می افتد.

مثل: آمدن جمعه بعد از پنجشنبه

② **پیشامدهای ممکن:** این پیشامدها شاید اتفاق بیفتند و شاید اتفاق نیفتند.

مثل: آمدن عدد ۶ پس از انداختن یک تاس

③ **پیشامدهای غیر ممکن:** این پیشامدها اصلاً امکان ندارد اتفاق بیفتند.

مثل: تبدیل سنگ به گیاه پس از حرارت دادن آن

**۲ احتمال یک پیشامد:** یعنی امکان تقریبی اتفاق افتادن آن (یا: میزان انتظار یا باور ما به رخ دادن آن پیشامد)

احتمال با یک کسر کوچک تر یا مساوی ۱ بیان می شود.

احتمال پیشامدهای قطعی را ۱ و احتمال پیشامدهای غیر ممکن را صفر در نظر می گیریم. احتمال پیشامدهای ممکن عددی بین صفر و ۱ است. بنابراین احتمالی پیشامدهای ممکن را می توان با یک نقطه روی محور اعداد، بین صفر و ۱، نشان داد.

**۳ محاسبه ی احتمال یک پیشامد:** برای محاسبه ی احتمال یک پیشامد از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالات مورد نظر}}{\text{تعداد کل حالات}} \quad \text{یا} \quad \text{احتمال} = \frac{\text{تعداد پیشامدهای مورد نظر}}{\text{تعداد کل پیشامدهای ممکن}}$$

## جزوه آموزشی ریاضیات هفتم

### فصل نه : آمار و احتمال

**مثال:** تاسی را می‌اندازیم. احتمال آمدن عدد فرد چند است؟

**حل:**

$3 =$  تعداد پیشامدهای مورد نظر  $\rightarrow 1, 3, 5$  : پیشامدهای مورد نظر

$6 =$  تعداد کل پیشامدها  $\rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 6$  : کل پیشامدها

$$\text{احتمال آمدن عدد فرد} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

**مثال:** در کیسه‌ای ۵ مهره قرمز، ۶ مهره آبی و ۷ مهره سبز داریم. یک مهره را برمی‌داریم. احتمال این که آبی باشد چقدر است؟

**حل:**

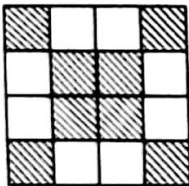
تعداد کل پیشامدها، مساوی تعداد کل مهره‌ها است، یعنی:  $5 + 6 + 7 = 18$

تعداد پیشامدهای مورد نظر، مساوی تعداد مهره‌های آبی است، یعنی ۶ تا

$$\text{احتمال آبی بودن مهره برداشته شده} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

**مثال:** یک نقطه روی مربع مقابل می‌گذاریم. احتمال این که در خانه‌های هاشور خورده قرار بگیرد چند درصد است؟

**حل:**



تعداد کل پیشامدها مساوی تعداد کل خانه‌ها یعنی ۱۶ تا است.

تعداد پیشامدهای مورد نظر مساوی تعداد خانه‌های هاشور خورده یعنی ۸ تا است.

$$\text{احتمال قرار گرفتن نقطه در خانه‌های هاشور خورده} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$$

**مثال:** اگر عقربه‌ی چرخنده‌ی مقابل را بچرخانیم، احتمال این که روی قرمز بایستد چند درصد است؟

**حل:**



قسمت‌های قرمز رنگ  $\frac{3}{8}$  مساحت دایره است.

$$\text{جواب سؤال} = \frac{3}{8} = \frac{375}{1000} = \frac{37.5}{100} = 37.5\%$$

**مثال:** در شکل زیر یکی از پاره‌خط‌ها را به طور اتفاقی انتخاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که پاره‌خط انتخاب شده AB باشد؟



**حل:**

$$1 = \text{تعداد پاره‌خط‌های مورد نظر} \quad 5 \times 4 = 20 = \text{تعداد کل پاره‌خط‌ها}$$

$$\text{احتمال} = \frac{1}{20}$$

**مثال:** یک کلمه‌ی ۴ حرفی (که لزوماً معنی‌دار نیست) می‌نویسیم. احتمال این که تمام حروفش «پ» باشد چه قدر است؟  
**حل:**

$$\text{تعداد کل حالات (کلمات)} = ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۲$$

$$= ۱ \text{ تعداد حالات مورد نظر}$$

$$\text{احتمال} = \frac{۱}{۳۲ \times ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۲}$$

**مثال:** سکه‌ای را دو بار می‌اندازیم. احتمال این که هر دو بار خط بیاید چه قدر است؟

**حل:**

کل حالات (پیشامدها) را در جدول مقابل نشان می‌دهیم که برابر ۴ تا است.

| بار دوم | بار اول |
|---------|---------|
| خط ✓    | خط      |
| شیر     | خط      |
| خط      | شیر     |
| شیر     | شیر     |

$$\text{احتمال} = \frac{۱}{۴}$$

**مثال:** سکه‌ای را ۳ بار می‌اندازیم. احتمال هر یک از پیشامدهای زیر چه قدر است؟

الف) دو بار شیر و یک بار خط بیاید.

ب) حداکثر دو بار خط بیاید.

پ) حداقل دو بار شیر بیاید.

**حل:**

کل حالات یا پیشامدها ۸ تا است و در جدول زیر نوشته شده است.

| شماره پیشامد | بار سوم | بار دوم | بار اول |
|--------------|---------|---------|---------|
| ۱            | خط      | خط      | خط      |
| ۲            | شیر     | خط      | خط      |
| ۳            | خط      | شیر     | خط      |
| ۴            | شیر     | شیر     | خط      |
| ۵            | خط      | خط      | شیر     |
| ۶            | شیر     | خط      | شیر     |
| ۷            | خط      | شیر     | شیر     |
| ۸            | شیر     | شیر     | شیر     |

$$\text{احتمال} = \frac{۳}{۸} \Rightarrow ۴, ۶, ۷ = \text{شماره پیشامدهای مورد نظر (الف)}$$

$$\text{احتمال} = \frac{۷}{۸} \Rightarrow ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ = \text{شماره پیشامدهای مورد نظر (ب)}$$

$$\text{احتمال} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۴, ۶, ۷, ۸ = \text{شماره پیشامدهای مورد نظر (پ)}$$

**نکته:** این که سکه‌ای را ۳ بار بیندازیم یا ۳ سکه را یک بار بیندازیم، فرقی با هم ندارد.

**مثال:** دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که مجموع عددهای رو شده ۴ باشد چه قدر است؟

**حل:**

کل پیشامدها ۳۶ تا است که در جدول زیر نشان داده شده است. حالات مورد نظر نیک خورده‌اند.

| تاس دوم \ تاس اول | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|
| ۱                 |   |   | ✓ |   |   |   |
| ۲                 |   | ✓ |   |   |   |   |
| ۳                 | ✓ |   |   |   |   |   |
| ۴                 |   |   |   |   |   |   |
| ۵                 |   |   |   |   |   |   |
| ۶                 |   |   |   |   |   |   |

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالات مورد نظر}}{\text{تعداد کل حالات}} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

**نکته:** اگر چند پیشامد مستقل باشند (یعنی روی هم تأثیری نگذارند) احتمال‌های آن‌ها در هم ضرب می‌شود.

**مثال:** یک سکه را ۵ بار می‌اندازیم. احتمال این که هر ۵ بار خط بیاید چه قدر است؟

**حل:**

روش اول: کل حالات مساوی  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$  است و حالت مورد نظر یکی است. پس احتمال مساوی  $\frac{1}{32}$  است.

روش دوم: این که هر بار چه عددی بیاید، تأثیری بر دفعات دیگر ندارد، پس پیشامدها مستقل از هم‌اند و احتمال‌های آن‌ها در

هم ضرب می‌شوند. احتمال خط آوردن یک سکه  $\frac{1}{2}$  است، پس داریم:

$$\text{جواب} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

**مثال:** تاسی را دو بار می‌اندازیم. احتمال این که بار اول مضرب ۳ و بار دوم مقسوم‌علیه ۴ بیاید چند است؟

**حل:**

$$\text{احتمال} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{اعداد مورد نظر: بار اول}$$

$$\text{احتمال} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{اعداد مورد نظر: بار دوم}$$

$$\text{احتمال کل} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$