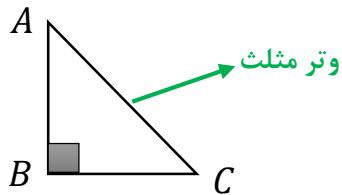


مثلث

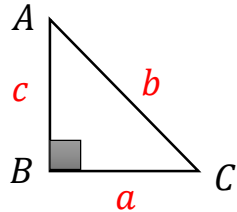
مثلث قائم الزاویه: مثلثی است که دو ضلع آن بر هم عمود باشند. ضلع روبه رو به زاویه ۹۰ درجه وتر نام دارد.



نکته: وتر مثلث قائم الزاویه بزرگترین ضلع مثلث است.

رابطه فیثاغورس: این رابطه فقط در مثلث قائم الزاویه نوشته می شود:

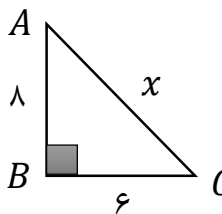
$$\text{کلامی:} \quad (\text{ضلع دیگر})^2 = (\text{یک ضلع})^2 + (\text{وتر})^2$$



$$\text{جبری:} \quad b^2 = a^2 + c^2$$

نکته: اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر باشد. آن مثلث قائم الزاویه است. (عکس رابطه فیثاغورس)

مثال: در هر شکل مقدار x را به دست آورید.

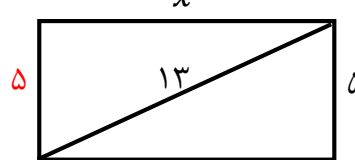


$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 36 + 64 = 100$$

$$x = \sqrt{100} = 10$$



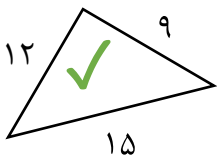
$$13^2 = x^2 + 5^2$$

$$169 = x^2 + 25$$

$$x^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = \sqrt{144} = 12$$

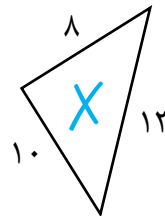
مثال: کدام یک از مثلث های زیر قائم الزاویه است؟ چرا؟



$$15^2 = 12^2 + 9^2$$

$$225 = 144 + 81$$

$$225 = 225$$



$$13^2 = 10^2 + 8^2$$

$$169 = 100 + 64$$

$$169 \neq 164$$

اعداد فیثاغورسی: اعدادی هستند که مربع ضلع بزرگتر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر برابر باشند.

نکته: بعضی از اعداد فیثاغورسی پر کاربرد عبارتند از: $(3, 4, 5)$, $(6, 8, 10)$, $(5, 12, 13)$, $(9, 12, 15)$, $(15, 20, 25)$

رسم پاره خط به طول $\sqrt{a}$: ابتدا دو عدد مشخص کرده که مجموع مربعات آن دو عدد زیر رادیکال شود. سپس مثلث قائم الزاویه با این اضلاع رسم کرده وتر مثلث به اندازه ی همان عدد خواسته شده است.

مثلث

مثال: پاره خطی به طول $\sqrt{10}$ رسم کنید. ابتدا دو عدد پیدا کرده که مجموع مربعات آن دو عدد ۱۰ شود:

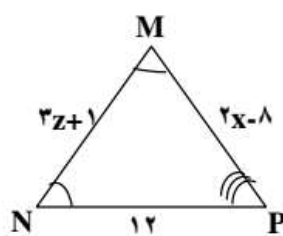
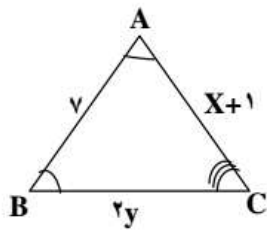
$$3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$



شکل های همنهشت: اگر دو شکل را با یک یا چند تبدیل (انتقال و تقارن و دوران) بر یکدیگر منطبق کنیم. به طوری که کاملاً یکدیگر بیوشانند آن دو شکل همنهشت هستند.

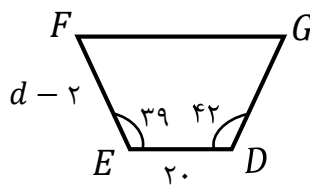
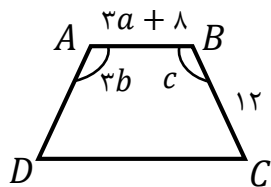
نکته: در دو شکل همنهشت اجزای متناظر دو مثلث (ظلع ها و زاویه ها) برابرند.

مثال: دو مثلث زیر همنهشت هستند. نوع تبدیل و مقدار x و y و z را به دست آورید. نوع تبدیل: انتقال



$\overline{BC} = \overline{NP}$	$\overline{AC} = \overline{MP}$	$\overline{AB} = \overline{MN}$
$2y = 12$	$x + 1 = 2x - 8$	$3z + 1 = 7$
$y = 6$	$x = 9$	$z = 2$

مثال: دو شکل زیر همنهشت هستند. الف) نوع تبدیل را بنویسید. (دوران)



$$\overline{AB} = \overline{ED}$$

$$3a + 8 = 20$$

$$a = 4$$

$$\overline{BC} = \overline{EF}$$

$$d - 2 = 12$$

$$d = 14$$

$$\hat{A} = \hat{D}$$

$$3b = 42$$

$$b = 14$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$

$$C = 39$$

ب) مقادیر مجهول را به دست آورید.

حالت های همنهشتی دو مثلث: دو مثلث دلخواه در سه حالت با یکدیگر همنهشت هستند:

(۱) دو ضلع و زاویه بین برابر (ض ض ض) (۲) دو زاویه و ضلع بین برابر (ض ض ز) (۳) سه ضلع برابر (ض ض ض)

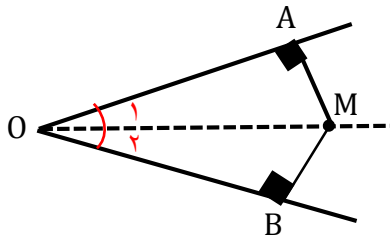
حالت های همنهشتی دو مثلث قائم الزاویه: دو مثلث قائم الزاویه در دو حالت با یکدیگر همنهشت هستند:

(۱) وتر و یک ضلع (وض) (۲) وتر و یک زاویه تند (وز)

مثلت

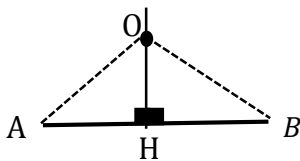
نکته: دو مثلث با سه زاویه برابر (ززز) همنهشت نیستند.

نکته: هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (نیمساز } OM) \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \text{ درجه} \\ OM = OM = \text{ضلع مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{c} \triangle OAM \cong \triangle OBM \\ \text{(وز)} \quad \text{(اجزای متناظر)} \end{array} \Rightarrow MA = MB$$

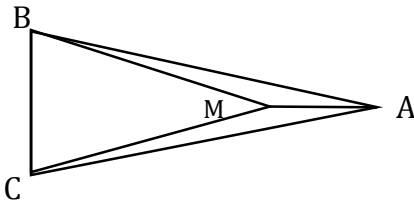
نکته: هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک اندازه است.



$$\left. \begin{array}{l} AH = HB \text{ (عمود منصف } OH) \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \text{ درجه} \\ OH = OH = \text{ضلع مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{c} \triangle AHO \cong \triangle BHO \\ \text{(ض ز ض)} \quad \text{(اجزای متناظر)} \end{array} \Rightarrow OA = OB$$

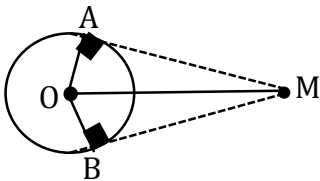
مثال: در شکل زیر دو مثلث ABC و MBC متساوی الساقین هستند. دلیل هم نهشتی دو مثلث AMB و AMC را بنویسید.

(جاهای خالی را کامل کنید)



$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ MB = MC \\ AM = AM \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{c} \triangle AMB \cong \triangle AMC \\ \text{(ض ض ض)} \end{array}$$

مثال: نشان دهید طول دو مماس رسم شده از نقطه خارج دایره با هم برابر هستند.



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \text{ شعاع دایره} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \text{ درجه} \\ OM = OM = \text{ضلع مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{c} \triangle MAO \cong \triangle MBO \\ \text{(و ض)} \quad \text{(اجزای متناظر)} \end{array} \Rightarrow MA = MB$$