

اتحاد: به تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای مقادیر دلخواه برای متغیرها همیشه برقرار باشد، اتحاد می‌گوییم.

بیشمار اتحاد وجود دارد اما بعضی از این اتحادها به دلیل اینکه پر کاربرد هستند با نام گذاری آنها را مشخص می‌کنیم که عبارتند از اتحادهای

۱- مربع دو جمله ای ۲- مزدوج ۳- جمله مشترک

اتحاد مربع دو جمله ای : هرگاه دو جمله ای داخل پرانتز به توان ۲ داشته باشیم به جای ضرب دو پرانتز در هم به صورت زیر می‌توانیم

$$\text{حاصل ضرب را به دست آوریم. به صورت کلامی: } (a+b)^2 = (a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$$

$$(a+b)^2 = (a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2 \quad \text{به صورت جبری:}$$

$$(a-b)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$$

$$(2x + 3y^3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y^3) + (3y^3)^2 = 4x^2 + 12xy^3 + y^6 \quad \text{مثال:}$$

$$(5b - 2a)^2 = (5b)^2 - 2(5b)(2a) + (2a)^2 = 25b^2 - 20ba + 4a^2$$

دو جمله ای های مزدوج : هرگاه دو، دو جمله ای به گونه ای باشند که یکی از جملات آنها مثل هم باشد و جمله ی دیگر قرینه یکدیگر باشند به آن دو، دو جمله ای مزدوج یکدیگر می‌گوییم.

مثلا $(a+b)$ و $(a-b)$ مزدوج همدیگرند و یا $(4x + 5y)$ و $(-4x + 5y)$ نیز مزدوج یکدیگرند.

اتحاد مزدوج : هرگاه دو جمله ایهای مزدوج در هم ضرب شوند حاصل برابر است با اولی به توان ۲ منهای دومی به توان ۲. یعنی:

$$\text{به صورت کلامی: } (a+b)(a-b) = (a)^2 - (b)^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad \text{به صورت جبری:}$$

$$(4x + 5y)(-4x + 5y) = (5y + 4x)(5y - 4x) = (5y)^2 - (4x)^2 = 25y^2 - 16x^2 \quad \text{مثال:}$$

بهتر است در ضرب پرانتزهای مزدوج ابتدا جملات شبه هم دو پرانتز نوشته شوند و سپس دو جمله ی قرینه

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^2-1)(x^2+1) = x^4-1 \quad \text{در مثال روبرو دو بار از اتحاد مزدوج استفاده کرده ایم.}$$

اتحاد جمله مشترک: هرگاه دو پرانتز در هم ضرب شوند به طوری که جمله ی اول آنها یکسان باشد ولی جملات دیگر آنها متفاوت باشند به کمک اتحاد جمله ی مشترک می‌توان حاصل ضرب را به دست آورد. بدین صورت که

$$\text{به صورت کلامی: } (a+b)(c+d) = (a)(c) + (a)(d) + (b)(c) + (b)(d)$$

$$(x+a)(x+b) = (x)^2 + (a+b)(x) + (a)(b) \quad \text{به صورت جبری:}$$

$$(2a-3)(2a+4) = (2a)^2 + (-3+4)(2a) + (-3)(4) = 4a^2 + 2a - 12 \quad \text{مثال:}$$

$$(x-5)(x-2) = (x)^2 + (-5-2)(x) + (-5)(-2) = x^2 - 7x + 10$$

تجزیه: یعنی تبدیل یک عبارت جبری به حاصل ضرب چند عبارت جبری با درجه های کمتر.

روش های تجزیه : ۱- فاکتورگیری ۲- استفاده از اتحادها ۳- دسته بندی و سپس یکی دیگر از روشها

تجزیه به کمک فاکتورگیری: برای تجزیه کردن یک عبارت جبری (هر چند جمله که باشد) اولویت با فاکتورگیری است. برای این کار بایستی از عامل مشترک تمام جملات فاکتور بگیریم و سپس تقسیم جملات بر این عامل مشترک را داخل پرانتز بنویسیم.

بدست آوردن عامل مشترک : الف) قسمت عددی : بزرگترین عددی که ضریبهای جملات بر آن بخش پذیر باشند. (ب.م.م. ضرایب)

ب) قسمت حرفی : حرف های مشترک با کمترین توان (ب.م.م. متغیرها)

مثال: $16a^2b + 4ab^2 - 8ab = 4ab(4a + b - 2)$ $18xy - 12y = 6xy(3x - 2)$

تجزیه به کمک اتحاد مربع دو جمله ای: هرگاه تعداد جملات ۳ جمله باشد و دو جمله جذر دقیق داشته باشند و جمله ی دیگر به صورت ۲ برابر ضرب این جذرها باشد، این سه جمله ای به کمک اتحاد مربع دو جمله ای تجزیه می شود.

مثال :

$$a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$$

$\downarrow$ $\uparrow$ $\downarrow$
 a $2(a)(3)$ 3

$$4x^2 + 12xy^2 + 9y^4 = (2x + 3y^2)^2$$

$\downarrow$ $\uparrow$ $\downarrow$
 $2x$ $2(2x)(3y^2)$ $3y^2$

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج: هرگاه تعداد جملات دو جمله باشد که یکی مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت هر دو جمله جذر دقیق داشته باشند می توان از اتحاد مزدوج برای تجزیه استفاده نمود.

مثال : عبارت های زیر را تا حد امکان تجزیه نمایید.

$$a^2 - 25 = (a + 5)(a - 5)$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 a 5

$$x^4 - 16 = (x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 x^2 4 x 2

دو بار از مزدوج استفاده کردیم.

تجزیه به کمک اتحاد جمله ی مشترک: هرگاه یک سه جمله ای به صورت $x^2 + Mx + S$ داشته باشیم که در آن M و S عدد باشند، و بتوانیم دو عدد صحیح پیدا کنیم به طوری که مجموع آن دو عدد برابر عدد پشت x و حاصل ضرب آن دو عدد برابر عدد تنها شود می توانیم از اتحاد جمله ی مشترک برای تجزیه این سه جمله ای استفاده کنیم.

مثال:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

$\swarrow$ $\searrow$
 جمع دو عدد ضرب دو عدد

$$x^2 + 5x - 14 = (x + 7)(x - 2)$$

$\swarrow$ $\searrow$
 جمع دو عدد ضرب دو عدد

