

عبارت های گویا

عبارت گویا: کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشند.

مانند: $\frac{4x^2 - 1}{2x + 3}, \frac{\sqrt{5}x}{2}, \frac{x - 3}{x}$

نکته: عبارتی که متغیر آن توان منفی یا زیر رادیکال یا داخل قدر مطلق یا در مخرج کسر یا در توان باشد. گویا نیست.

مانند: $|x - 2|, \frac{x^y}{3}, \frac{4 - \sqrt{x}}{3x}$

نکته: عبارت گویا به ازای مقادیری که مخرج کسر را صفر می کند تعریف نشده است.

مثال: عبارت های گویا زیر به ازای چه مقادیری از مخرج کسر تعریف نشده است.

(مخرج کسر را مساوی صفر قرار داده تا مقادیر تعریف نشده مشخص شوند)

(عبارت گویا به ازای $(x = 2)$ تعریف نشده است) $\frac{x^2 - 5}{2x - 4} \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

$\frac{x - 4}{x^2 - 4x} \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$

(عبارت گویا به ازای $(x = 4, x = 0)$ تعریف نشده است)

ساده کردن عبارت گویا: برای ساده کردن صورت و مخرج را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت جبری نوشته سپس

عبارت های مساوی را از صورت و مخرج ساده می کنیم.

نکته: برای ساده کردن عبارت های گویا از فاکتورگیری و اتحاد استفاده می کنیم.

مثال: عبارت های گویا زیر را ساده کنید.

اتحاد مزدوج
 $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{(x - 2)(\cancel{x + 2})}{x(\cancel{x + 2})} = \frac{(x - 2)}{x}$
 فاکتورگیری

اتحاد جمله مشترک
 $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(\cancel{x - 3})(x - 2)}{(x - 3)(\cancel{x - 3})} = \frac{(x - 2)}{(x - 3)}$
 اتحاد مربع دو جمله ای

ضرب عبارت های گویا: در ضرب عبارت های گویا ابتدا ساده می کنیم سپس صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می کنیم.

تقسیم عبارت های گویا: ابتدا تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم یعنی کسر اولی را در معکوس کسر دومی ضرب می کنیم.

عبارت های گویا

مثال : حاصل ضرب و تقسیم عبارت های گویا زیر را به دست آورید.

$$\frac{x+5}{3x+6} \times \frac{x+2}{x^2-25} = \frac{\cancel{(x+5)}}{3\cancel{(x+3)}} \times \frac{\cancel{(x+2)}}{(x-5)\cancel{(x+5)}} = \frac{1}{3(x-5)}$$

$$\frac{x^2-2x-15}{x+3} \div \frac{x^2-x-12}{2x+6} = \frac{(x-5)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}} \times \frac{2\cancel{(x+3)}}{(x-4)\cancel{(x+3)}} = \frac{2(x+5)}{(x-4)}$$

جمع و تفریق عبارت های گویا : بین مخرج ها مخرج مشترک (ک.م.م) مخرج ها را انتخاب می کنیم.

مثال : حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2x+3}{x+1} + \frac{x-4}{x-2} = \frac{(2x+3)(x-2) + (x-4)(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{3x^2-4x-10}{(x+1)(x-2)}$$

$$\frac{x-1}{x-3} - \frac{x+5}{x^2-9} = \frac{(x-1)(x+3) - (x+5)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+x-8}{(x-3)(x+3)}$$

ساده کردن عبارت های مرکب : عبارت صورت کسر و عبارت مخرج کسر را جداگانه جواب داده و در آخر حاصل عبارت صورت را بر حاصل عبارت مخرج تقسیم می کنیم.

مثال : حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$\frac{\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x} + 1}{1 - \frac{6}{x^2} - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{3-4x+x^2}{x^2}}{\frac{x^2-6-x}{x^2}} = \frac{(x-3)(x-1)}{\cancel{x^2}} \times \frac{\cancel{x^2}}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x-1)}{(x+2)}$$

تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای : ۱) علامت ها در هم ضرب شده ۲) اعداد با هم ساده می شوند ۳) حروف (متغیرها) با هم ساده می شوند : (در ساده کردن متغیرها از قاعده تقسیم اعداد توان دار استفاده می شود)

مثال : عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{-18x^5y^2z^4}{12x^3y^3z^4} = \frac{-18}{12} \times \frac{x^5}{x^3} \times \frac{y^2}{y^3} \times \frac{z^4}{z^4} = -\frac{3x^2}{2y}$$

عبارت های گویا

تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای : تک تک جملات صورت کسر را بر مخرج کسر تقسیم می کنیم.

مثال : عبارت گویا زیر را ساده کنید.

$$\frac{4x^5 - 6x^3 + 12x}{2x} = \frac{4x^5}{2x} - \frac{6x^3}{2x} + \frac{12x}{2x} = 2x^4 - 3x^2 + 6$$

تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای : برای این تقسیم مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

(۱) ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را به شکل استاندارد یعنی از بیشترین توان به کمترین توان می نویسیم.

(۲) اولین جمله ی مقسوم را بر اولین جمله ی مقسوم علیه تقسیم کرده و حاصل را در خارج قسمت می نویسیم.

(۳) خارج قسمت را در تک تک جملات مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل را زیر عبارت مقسوم نوشته و دو عبارت را از هم کم می کنیم.

(۴) برای چند جمله ای به دست آمده مراحل ۲ و ۳ را تکرار کنیم و این تکرار را تا جایی ادامه می دهیم که درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

مثال : خارج قسمت و باقی مانده تقسیم $4x - x^2 + 7 + 2x^2 \div x - 2$ زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x + 7 \\ -(x^2 - 2x) \\ \hline 6x + 7 \\ -(6x - 12) \\ \hline 19 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - 2 \\ \hline x + 6 \end{array}$$

خارج قسمت

باقی مانده

مرحله اول (استاندارد کردن عبارت) : $4x - x^2 + 7 + 2x^2 = x^2 + 4x + 7$

مرحله دوم (تقسیم مقسوم بر مقسوم علیه) : $\frac{x^2}{x} = x$

مرحله سوم (حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه) : $x(x - 2) = x^2 - 2x$

رابطه تقسیم : $(x - 2)(x + 6) + 19 = x^2 + 4x + 7$

نکته : اگر در تقسیم دو عبارت باقی مانده صفر شود. مقسوم بر مقسوم علیه بخشپذیر است.

مثال : مقدار a طوری بیابید که چند جمله ای $x^4 - 3x^2 + a - 3$ بر $x^2 - 5$ بخشپذیر باشد.

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^2 + a - 3 \\ -(x^2 - 5x^2) \\ \hline 2x^2 + a - 3 \\ -(2x^2 - 10) \\ \hline a + 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 - 5 \\ \hline x^2 + 2 \end{array}$$

بخشپذیر بودن یعنی باقی مانده تقسیم صفر شود :

$$a + 7 = 0 \Rightarrow a = -7$$